

Рабочая программа дисциплины

**Дифференциальные уравнения**

|                                 |                                                              |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <i>Направление подготовки</i>   | Информатика и вычислительная техника                         |
| <i>Код</i>                      | 09.03.01                                                     |
| <i>Направленность (профиль)</i> | Автоматизированные системы обработки информации и управления |
| <i>Квалификация выпускника</i>  | бакалавр                                                     |

**1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы**

| Группа компетенций   | Категория компетенций | Код   |
|----------------------|-----------------------|-------|
| Общепрофессиональные | -                     | ОПК-1 |

**2. Компетенции и индикаторы их достижения**

| Код компетенции | Формулировка компетенции                                                                                                                                                                          | Индикаторы достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-1</b>    | Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования<br>ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования<br>ОПК-1.3 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности |

**3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине**

**3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине**

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

| Дескрипторы по дисциплине | Знать                                                                                                                                                                                     | Уметь                                                                                                                                                                                       | Владеть                                                                                                                                                        |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Код компетенции</b>    | <b>ОПК-1</b>                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                |
|                           | - основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;<br>- законы и методы в области естественных наук и математики;<br>- задачи профессиональной деятельности, законов | - решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования;<br>- применять положения законов и | - навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности;<br>- навыками анализа задач профессиональной деятельности. |

|  |                                                     |                                                   |  |
|--|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--|
|  | и методов в области естественных наук и математики; | методов в области естественных наук и математики; |  |
|--|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--|

#### 4. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательной части учебного плана ОПОП.

Данная дисциплина взаимосвязана с другими дисциплинами, такими как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математический анализ», «Экономика организации (предприятия)», «Экономика», «Основы естествознания».

В рамках освоения программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: научно-исследовательский, производственно-технологический, организационно-управленческий, проектный.

Профиль (направленность) программы установлена путем ее ориентации на сферу профессиональной деятельности выпускников: Автоматизированные системы обработки информации и управления

#### 5. Объем дисциплины

| <i>Виды учебной работы</i>                       | <i>Формы обучения</i> |
|--------------------------------------------------|-----------------------|
|                                                  | <i>Очно-заочная</i>   |
| <b>Общая трудоемкость:</b> зачетные единицы/часы | 3/108                 |
| <b>Контактная работа:</b>                        |                       |
| Занятия лекционного типа                         | 12                    |
| Занятия семинарского типа                        | 16                    |
| Промежуточная аттестация: зачет с оценкой        | 0,15                  |
| <b>Самостоятельная работа (СРС)</b>              | 79,85                 |

**6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам / разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

##### 6.1. Распределение часов по разделам/темам и видам работы

##### *6.1.1. Очно-заочная форма обучения*

| №<br>п/<br>п | Раздел/тема                                | Виды учебной работы (в часах)  |                            |                             |              |                            |      |                                   |
|--------------|--------------------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|--------------|----------------------------|------|-----------------------------------|
|              |                                            | Контактная работа              |                            |                             |              |                            |      | Самост<br>оательн<br>ая<br>работа |
|              |                                            | Занятия<br>лекционного<br>типа |                            | Занятия семинарского типа   |              |                            |      |                                   |
|              |                                            | Лекции                         | Иные<br>учебные<br>занятия | Практи<br>ческие<br>занятия | Семина<br>ры | Лабора<br>торные<br>работы | Иные |                                   |
| 1.           | Дифференциальные уравнения первого порядка | 1                              |                            | 2                           |              |                            |      | 13                                |
| 2.           | ОДУ n-го порядка                           | 1                              |                            | 2                           |              |                            |      | 13                                |
| 3.           | Система линейных ДУ                        | 1                              |                            | 2                           |              |                            |      | 13                                |

|    |                                                            |             |  |           |  |  |  |              |
|----|------------------------------------------------------------|-------------|--|-----------|--|--|--|--------------|
|    | первого порядка.                                           |             |  |           |  |  |  |              |
| 4. | Элементы теории устойчивости                               | 1           |  | 2         |  |  |  | 13           |
| 5. | Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений | 2           |  | 2         |  |  |  | 13           |
| 6. | Численное решение ДУ                                       | 2           |  | 2         |  |  |  | 13           |
| 7. | Консервативные нелинейные системы двух ДУ первого порядка  | 2           |  | 2         |  |  |  | 13           |
| 8. | Простейшие автоколебательные системы                       | 2           |  | 2         |  |  |  | 16,85        |
|    | <b>Промежуточная аттестация</b>                            | <b>0,15</b> |  |           |  |  |  |              |
|    | <b>Итого</b>                                               | <b>12</b>   |  | <b>16</b> |  |  |  | <b>79,85</b> |

## 6.2 Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

### 6.2.1 *Содержание лекционного курса*

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины      | Содержание лекционного занятия                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------|---------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Дифференциальные уравнения первого порядка. | Примеры математических задач, сводящихся к решению ОДУ. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Методы решения простейших дифференциальных уравнений первого порядка. Методы решения простейших дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Классификация методов аналитического решения ОДУ первого порядка |
| 2.    | ОДУ n-го порядка                            | Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Некоторые нелинейные дифференциальные уравнения n-го порядка, допускающие понижение порядка.                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| 3.    | Система линейных ДУ первого порядка.        | Основные свойства решений. Пространство решений. Фундаментальные системы решений. Построение общего решения. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Структура фундаментальной матрицы.                                                                                                                                                                                                                                              |
| 4.    | Элементы теории устойчивости                | Определения понятия устойчивости решения дифференциального уравнения. Асимптотическая устойчивость. Метод функций Ляпунова. Точки покоя автономной системы. Фазовые траектории. Исследование траекторий в окрестности точки покоя.                                                                                                                                                                                                          |

|    |                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5. | Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений | Краевые задачи, типы краевых задач, однородные граничные условия. Задача Штурма-Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения, собственные значения и собственные функции задачи. Задача Штурма-Лиувилля для линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера. |
| 6. | Численное решение ДУ.                                      | Метод последовательных приближений Пикара. Метод Рунге-Кутты.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 7. | Консервативные нелинейные системы двух ДУ первого порядка  | Механическое движение в потенциальном поле. Модель Вольтера – хищники и жертвы.                                                                                                                                                                                                                                          |
| 8. | Простейшие автоколебательные системы                       | Модель Пуанкаре –Андропова с двумя параметрами. Предельный цикл для уравнения Ван-дер-Поля. Бифуркации в модели Пуанкаре –Андропова с двумя параметрами. Бифуркации в модели Ван-дер-Поля. Аттракторы в моделях Ресслера и Лоренца.                                                                                      |

### 6.2.2 Содержание практических занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины     | Содержание практического занятия                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-------|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Дифференциальные уравнения первого порядка | Радиоактивный распад. Механика материальной точки. Порядок дифференциального уравнения. Задачи электротехники. Решение в квадратурах. Основные определения. Частное и общее решение. Интегральные кривые. Поле направлений. Задачи Коши. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши. Условие Липшица. Полные решения, максимальный интервал. Нелинейные ОДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Линейное ОДУ и нелинейные ОДУ, допускающие разделение переменных. Нелинейные ОДУ, сводящиеся к линейным. Запись нелинейного ОДУ в виде полного дифференциала. Некоторые специфические преобразования, позволяющие существенно упростить уравнение. Частные случаи нелинейного ОДУ первого порядка, не разрешенные относительно производных, но позволяющие свести задачу к ОДУ, допускающему разделение переменных. |
| 2.    | ОДУ n-го порядка                           | Однородное линейное уравнение. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского и его свойства. Фундаментальная система решений. Неоднородное линейное уравнение, вид общего решения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейное уравнение с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Уравнение Эйлера.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |

|    |                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                            | Построение общего решения. Явление резонанса для неоднородного уравнения с периодической правой частью.                                                                                                                                                                                                                  |
| 3. | Система линейных ДУ первого порядка.                       | Построение общего решения. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Структура фундаментальной матрицы. Устойчивость точек покоя для автономной системы. Простейшие типы точек покоя для двух ДУ. Краевые задачи. Уравнение Матье и явление параметрического резонанса.                                             |
| 4. | Элементы теории устойчивости                               | Классификация точек покоя автономной системы по линейному приближению. Изолированная замкнутая траектория автономной системы - предельный цикл                                                                                                                                                                           |
| 5. | Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений | Краевые задачи, типы краевых задач, однородные граничные условия. Задача Штурма-Лиувилля для обыкновенного дифференциального уравнения, собственные значения и собственные функции задачи. Задача Штурма-Лиувилля для линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера. |
| 6. | Численное решение ДУ.                                      | Метод последовательных приближений Пикара. Метод Рунге-Кутты.                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 7. | Консервативные нелинейные системы двух ДУ первого порядка  | Механическое движение в потенциальном поле. Модель Вольтера – хищники и жертвы.                                                                                                                                                                                                                                          |
| 8. | Простейшие автоколебательные системы                       | Модель Пуанкаре –Андропова с двумя параметрами. Предельный цикл для уравнения Ван-дер-Поля. Бифуркации в модели Пуанкаре –Андропова с двумя параметрами. Бифуркации в модели Ван-дер-Поля. Аттракторы в моделях Ресслера и Лоренца.                                                                                      |

### 6.2.3 Содержание самостоятельной работы

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины     | Содержание самостоятельной работы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Дифференциальные уравнения первого порядка | Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решения, их геометрический смысл. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Клеро и Лагранжа. Особые решения. |
| 2.    | ОДУ n-го порядка                           | Общие понятия. Задача Коши. Геометрический смысл общего и частного решения дифференциального уравнения 2-го порядка. Случаи понижения порядка. Общая теория линейных однородных и неоднородных                                                                                                                                                                                             |

|    |                                                            |                                                                                                                                                                                                                                          |
|----|------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                            | дифференциальных уравнений. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов и метод вариации постоянных. Уравнения Эйлера.                                                                           |
| 3. | Система линейных ДУ первого порядка.                       | Нормальные системы дифференциальных уравнений. Системы линейных однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение систем методом исключения. Метод Эйлера (метод характеристических уравнений). |
| 4. | Элементы теории устойчивости                               | Классификация точек покоя автономной системы по линейному приближению. Фазовые траектории. Исследование траекторий в окрестности точки покоя.                                                                                            |
| 5. | Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений | Краевые задачи, типы краевых задач, однородные граничные условия.                                                                                                                                                                        |
| 6. | Численное решение ДУ.                                      | Понятие разностной схемы. Сходимость, аппроксимация и устойчивость. Разностные схемы решения начальных и краевых задач.                                                                                                                  |
| 7. | Консервативные нелинейные системы двух ДУ первого порядка  | Механическое движение в потенциальном поле. Модель Вольтера – хищники и жертвы.                                                                                                                                                          |
| 8. | Простейшие автоколебательные системы                       | Бифуркации в модели Пуанкаре –Андропова с двумя параметрами.<br>Бифуркации в модели Ван-дер-Поля.<br>Аттракторы в моделях Ресслера и Лоренца.                                                                                            |

### 7. Текущий контроль по дисциплине (модулю) в рамках учебных занятий

В рамках текущего контроля преподаватель самостоятельно может проводить следующие мероприятия:

| № п/п | Контролируемые разделы (темы)                             | Наименование оценочного средства                      |
|-------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1.    | Дифференциальные уравнения первого порядка                | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование. |
| 2.    | ОДУ n-го порядка                                          | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 3.    | Система линейных ДУ первого порядка.                      | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 4.    | Элементы теории устойчивости                              | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 5.    | Элементы теории устойчивости                              | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 6.    | Численное решение ДУ.                                     | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 7.    | Консервативные нелинейные системы двух ДУ первого порядка | Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование  |
| 8.    | Простейшие                                                | Опрос, проблемно-аналитическое задание,               |

|  |                           |              |
|--|---------------------------|--------------|
|  | автоколебательные системы | тестирование |
|--|---------------------------|--------------|

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **8.1. Основная учебная литература**

1. Мамонтов, А. Е. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие / А. Е. Мамонтов. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2024. — 82 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/149524.html>
2. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / составители О. В. Борисенко, О. Ю. Григорьева, Г. М. Малиновская. — Барнаул : Алтайский государственный педагогический университет, 2023. — 120 с. — ISBN 978-5-907487-51-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/149981.html>
3. Иткина, Н. Б. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Н. Б. Иткина. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2023. — 92 с. — ISBN 978-5-7782-4984-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/155810.html>
4. Нежелская, Л. А. Линейные дифференциальные уравнения и системы линейных уравнений : учебное пособие / Л. А. Нежелская. — Томск : Издательство Томского государственного университета, 2023. — 142 с. — ISBN 978-5-907572-74-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/132604.html>
5. Вельмисов, П. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Методы решения и приложения : учебное пособие / П. А. Вельмисов, Ю. В. Покладова ; под редакцией П. А. Вельмисова. — 2-е изд. — Ульяновск : Ульяновский государственный технический университет, 2023. — 164 с. — ISBN 978-5-9795-2357-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/149279.html>

### **8.2. Дополнительная учебная литература:**

1. Математика: дифференциальные уравнения, ряды, теория вероятностей и математическая статистика : практикум / составители О. А. Соколова, А. А. Сидоренко. — Воронеж : Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2025. — 100 с. — ISBN 978-5-7731-1231-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/152442.html>
2. Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-3305-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/142274.html>

### **8.3. Периодические издания**

1. Вестник Московского Университета. Математика, Механика ([msu.su](http://msu.su))

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU» <https://www.elibrary.ru> /
3. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://e.lanbook.com/>
4. Электронно-библиотечная система IPR BOOKS <https://www.iprbookshop.ru/>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение данного курса базируется на рациональном сочетании нескольких видов учебной деятельности – лекций, семинарских занятий, самостоятельной работы. При этом самостоятельную работу следует рассматривать одним из главных звеньев полноценного высшего образования, на которую отводится значительная часть учебного времени.

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих составляющих:

1. работа с основной и дополнительной литературой, с материалами интернета и конспектами лекций;
2. внеаудиторная подготовка к контрольным работам, выполнение докладов, рефератов и курсовых работ;
3. выполнение самостоятельных практических работ;
4. подготовка к экзаменам (зачетам) непосредственно перед ними.

Для правильной организации работы необходимо учитывать порядок изучения разделов курса, находящихся в строгой логической последовательности. Поэтому хорошее усвоение одной части дисциплины является предпосылкой для успешного перехода к следующей. Задания, проблемные вопросы, предложенные для изучения дисциплины, в том числе и для самостоятельного выполнения, носят междисциплинарный характер и базируются, прежде всего, на причинно-следственных связях между компонентами окружающего нас мира. В течение семестра, необходимо подготовить рефераты (проекты) с использованием рекомендуемой основной и дополнительной литературы и сдать рефераты для проверки преподавателю. Важным составляющим в изучении данного курса является решение ситуационных задач и работа над проблемно-аналитическими заданиями, что предполагает знание соответствующей научной терминологии и т.д.

Для лучшего запоминания материала целесообразно использовать индивидуальные особенности и разные виды памяти: зрительную, слуховую, ассоциативную. Успешному запоминанию также способствует приведение ярких свидетельств и наглядных примеров. Учебный материал должен постоянно повторяться и закрепляться.

При выполнении докладов, творческих, информационных, исследовательских проектов особое внимание следует обращать на подбор источников информации и методику работы с ними.

Для успешной сдачи экзамена (зачета) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к экзамену (зачету) должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц до экзамена.
3. Время непосредственно перед экзаменом (зачетом) лучше использовать таким образом, чтобы оставить последний день свободным для повторения курса в целом, для систематизации материала и доработки отдельных вопросов.

На экзамене высокую оценку получают студенты, использующие данные, полученные в процессе выполнения самостоятельных работ, а также использующие собственные выводы на основе изученного материала.

Учитывая значительный объем теоретического материала, студентам рекомендуется регулярное посещение и подробное конспектирование лекций.

#### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

1. Microsoft Windows Server;
2. Семейство ОС Microsoft Windows;
3. Libre Office свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом;
4. Информационно-справочная система: Система КонсультантПлюс (КонсультантПлюс);
5. Информационно-правовое обеспечение Гарант: Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ» (Система ГАРАНТ);

#### **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

12.1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя, колонки, проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

12.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя; компьютеры в сборе для обучающихся; колонки; проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

#### **13. Образовательные технологии, используемые при освоении дисциплины**

Для освоения дисциплины используются как традиционные формы занятий – лекции (типы лекций – установочная, вводная, текущая, заключительная, обзорная; виды лекций –

проблемная, визуальная, лекция конференция, лекция консультация); и семинарские (практические) занятия, так и активные и интерактивные формы занятий - деловые и ролевые игры, решение ситуационных задач и разбор конкретных ситуаций.

На учебных занятиях используются технические средства обучения мультимедийной аудитории: компьютер, монитор, колонки, настенный экран, проектор, микрофон, пакет программ Microsoft Office для демонстрации презентаций и медиафайлов, видеопроектор для демонстрации слайдов, видеосюжетов и др. Тестирование обучаемых может осуществляться с использованием компьютерного оборудования университета.

### **13.1. В освоении учебной дисциплины используются следующие традиционные образовательные технологии:**

- чтение проблемно-информационных лекций с использованием доски и видеоматериалов;
- семинарские занятия для обсуждения, дискуссий и обмена мнениями;
- контрольные опросы;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками;
- подготовка и обсуждение рефератов (проектов), презентаций (научно-исследовательская работа);
- тестирование по основным темам дисциплины.

### **13.2. Активные и интерактивные методы и формы обучения**

Из перечня видов: (*«мозговой штурм», анализ НПА, анализ проблемных ситуаций, анализ конкретных ситуаций, инциденты, имитация коллективной профессиональной деятельности, разыгрывание ролей, творческая работа, связанная с освоением дисциплины, ролевая игра, круглый стол, диспут, беседа, дискуссия, мини-конференция и др.*) используются следующие:

- *диспут*
- *анализ проблемных, творческих заданий, ситуационных задач*
- *ролевая игра;*
- *круглый стол;*
- *мини-конференция*
- *дискуссия*
- *беседа.*

### **13.3. Особенности обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)**

При организации обучения по дисциплине учитываются особенности организации взаимодействия с инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (далее – инвалиды и лица с ОВЗ) с целью обеспечения их прав. При обучении учитываются особенности их психофизического развития, индивидуальные возможности и при необходимости обеспечивается коррекция нарушений развития и социальная адаптация указанных лиц.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации студентами-инвалидами и студентами с ограниченными возможностями здоровья и т.д. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение и дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**Автономная некоммерческая организация высшего образования  
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Дифференциальные уравнения**

|                                 |                                                              |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <i>Направление подготовки</i>   | Информатика и вычислительная техника                         |
| <i>Код</i>                      | 09.03.01                                                     |
| <i>Направленность (профиль)</i> | Автоматизированные системы обработки информации и управления |
| <i>Квалификация выпускника</i>  | бакалавр                                                     |

**1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы**

| Группа компетенций   | Категория компетенций | Код   |
|----------------------|-----------------------|-------|
| Общепрофессиональные | -                     | ОПК-1 |

**2. Компетенции и индикаторы их достижения**

| Код компетенции | Формулировка компетенции                                                                                                                                                                          | Индикаторы достижения компетенции                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОПК-1</b>    | Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. | ОПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования<br>ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования<br>ОПК-1.3 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности |

**3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине**

**3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине**

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

| Дескрипторы по дисциплине | Знать                                                                                                                                                                                     | Уметь                                                                                                                                                                                       | Владеть                                                                                                                                                        |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Код компетенции</b>    | <b>ОПК-1</b>                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                |
|                           | - основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;<br>- законы и методы в области естественных наук и математики;<br>- задачи профессиональной деятельности, законов | - решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования;<br>- применять положения законов и | - навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности;<br>- навыками анализа задач профессиональной деятельности. |

|  |                                                     |                                                   |  |
|--|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--|
|  | и методов в области естественных наук и математики; | методов в области естественных наук и математики; |  |
|--|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--|

### 3.2. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

| Шкала оценивания | Индикаторы достижения | Показатели оценивания результатов обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ОТЛИЧНО</b>   | Знает:                | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы,</li> <li>- на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                            |
|                  | Умеет:                | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|                  | Владеет:              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.;</li> <li>При решении продемонстрировал навыки</li> <li>- выделения главного,</li> <li>- связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов,</li> <li>- изложения мыслей в логической последовательности,</li> <li>- самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.</li> </ul> |
| <b>ХОРОШО</b>    | Знает:                | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы,</li> <li>- затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                 |
|                  | Умеет:                | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                  | Владеет:              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- студент в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.;</li> <li>При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков</li> <li>- выделения главного,</li> <li>- изложения мыслей в логической последовательности.</li> <li>- связки теоретических положений с требованиями руководящих документов,</li> </ul>                                                                                                             |

|                                  |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                  |          | - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b>         | Знает:   | - студент ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении;<br>- показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы;<br>- слабо аргументирует научные положения;<br>- практически не способен сформулировать выводы и обобщения;<br>- частично владеет системой понятий.                                                                                                                                                                   |
|                                  | Умеет:   | - студент в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|                                  | Владеет: | - студент владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.;<br>При решении продемонстрировал недостаточность навыков<br>- выделения главного,<br>- изложения мыслей в логической последовательности.<br>- связки теоретических положений с требованиями руководящих документов,<br>- самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии. |
| <b>Компетенция не достигнута</b> |          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <b>НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО</b>       | Знает:   | - студент не усвоил значительной части материала;<br>- не может аргументировать научные положения;<br>- не формулирует квалифицированных выводов и обобщений;<br>- не владеет системой понятий.                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                  | Умеет:   | студент не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|                                  | Владеет: | не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым “удовлетворительно”.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

*При ответе на вопросы в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) допускается вольная формулировка ответа, по смыслу раскрывающая содержание ответа, указанного в фонде оценочных средств, в качестве верного ответа.*

*При подготовке ответа в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) обучающимся разрешается использовать калькулятор и справочные таблицы.*

**4. Типовые контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации, необходимые для оценки достижения компетенции, соотнесенной с результатами обучения по дисциплине**

## ТЕСТИРОВАНИЕ

### 5 СЕМЕСТР

#### ОПК-1

1. Определить, какая геометрическая характеристика отвечает общему решению уравнения  $y' = f(x, y)$

- ☐ 1) семья интегральных кривых
- ☐ 2) интегральная кривая, которая проходит через заданную точку
- ☐ 3) поле направлений интегральных кривых
- ☐ 4) изоклина

2. Выбрать функцию, которая удовлетворяет данное уравнение путем её подстановки:  $xy' = 2y$

- ☐ 1)  $y = 5x^2$
- ☐ 2)  $y = x^3$
- ☐ 3)  $y = x^2$
- ☐ 4)  $y = x^5$

3. Определить тип уравнения по его виду  $xyy' = 1 - x^2$

- ☐ 1) с разделяющимися переменными
- ☐ 2) однородное относительно переменных
- ☐ 3) линейное относительно  $y$  и  $y'$
- ☐ 4) Бернулли

4. Выбрать уравнение с разделяющимися переменными

- ☐ 1)  $(1 + e^{2x})y^2 dy - e^x dx = 0$
- ☐ 2)  $2x^2 y' = x^2 + y^2$
- ☐ 3)  $y' = 2y - x + e^x$
- ☐ 4)  $y' - \frac{y}{x-3} = \frac{y^2}{x-3}$

5. Найти общее решение уравнения  $x\sqrt{1+y^2}dx + y\sqrt{1+x^2}dy = 0$  с разделяющимися переменными

- ☐ 1)  $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$
- ☐ 2)  $\arcsin x - \sqrt{1+x^2} = C$
- ☐ 3)  $\frac{1}{2}\ln(1+y^2) = \arctg x + C$
- ☐ 4)  $y = e^{-x}$

6. Определить, какая геометрическая характеристика отвечает общему решению уравнения  $y' = f(x, y)$

- 1) семейство интегральных кривых
- 2) интегральная кривая, которая проходит через заданную точку

3) поле направлений интегральных кривых

4) изоклина

**Ответ: 1) семейство интегральных кривых**

7. Выбрать функции, которая удовлетворяет уравнению  $x y' = 2y$  путем её подстановки:

1)  $y = 5x^2$

2)  $y = x^3$

3)  $y = x^2$

4)  $y = x^5$

**Ответ: 1)  $y = 5x^2$ , 3)  $y = x^2$**

8. Определить тип уравнения по его виду  $x y y' = 1 - x^2$

1) с разделяемыми переменными

2) однородное относительно переменных

3) линейное относительно  $y$  и  $y'$

4) Бернулли

**Ответ: 1) с разделяемыми переменными**

9. Выбрать уравнения с разделяемыми переменными

1)  $(1 + e^{2x}) y^2 dy - e^x dx = 0$

2)  $2x^2 y' = x^2 + y^2$

3)  $y' = 2y - x + e^x$

4)  $y' - \frac{y}{x-3} = \frac{y^2}{x-3}$

**Ответ: 1)  $(1 + e^{2x}) y^2 dy - e^x dx = 0$ , 3)  $y' = 2y - x + e^x$**

10. Найти общее решение уравнения  $x\sqrt{1+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$

1)  $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$

2)  $\arcsin x - \sqrt{1+x^2} = C$

3)  $\frac{1}{2} \ln(1+y^2) = \operatorname{arctg} x + C$

4)  $y = e^{-x}$

**Ответ: 1)  $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C$**

11. Найти общее решение уравнения с постоянными коэффициентами

$y'' - 3y' + 2y = 0$

1)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$

2)  $y = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

3)  $y = (C_1 + C_2 x) e^x$

4)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

**Ответ: 1)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$**

12. Определить, какому типу уравнений отвечает данное уравнение

$y' = f(ax + by + c)$

1) однородное относительно  $x$  и  $y$

2) уравнение в полных дифференциалах

3) уравнение, приводимое к уравнению с разделяемыми переменными

4) уравнение, приводимое к уравнению, однородному относительно переменных

**Ответ: 4) уравнение, приводимое к уравнению, однородному относительно переменных**

13. Выбрать функцию, которая удовлетворяет уравнение  $x^2 y' + y = 0$  путём подстановки

- 1)  $y = e^x$
- 2)  $y = e^{1/x}$
- 3)  $y = 5 e^{-2x} + \frac{1}{3} e^x$
- 4)  $y = e^{-x}$

Ответ: 2)  $y = e^{1/x}$

14. Определить тип уравнения по его виду  $y' = \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$

- 1) с разделяемыми переменными
- 2) однородное относительно переменных
- 3) линейное относительно  $y$  и  $y'$
- 4) Бернулли

Ответ: 2) однородное относительно переменных

15. Выбрать уравнение с разделяемыми переменными

- 1)  $x y' = y^2 + 1$
- 2)  $e^y dx + (2y - x e^y) dy = 0$
- 3)  $(x^2 + x y) dy + (y^2 - x y) dx = 0$
- 4)  $y' = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y}$

Ответ: 1)  $x y' = y^2 + 1$

6. Найти общее решение уравнения со стальными коэффициентами  $y'' - 3y' + 2y = 0$

- ☐ 1)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$
- ☐ 2)  $y = e^{-2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
- ☐ 3)  $y = (C_1 + C_2 x) e^x$
- ☐ 4)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$

7. Определить, какому типу уравнений отвечает данное уравнение  $y' = f(ax + by + c)$

- ☐ 1) однородное относительно  $x$  и  $y$
- ☐ 2) уравнение в полных дифференциалах
- ☐ 3) уравнение, сводимое к уравнению с разделяющимися переменными
- ☐ 4) уравнение, сводимое к уравнению, однородному относительно переменных

8. Выбрать функцию, которая удовлетворяет уравнение  $x^2 y' + y = 0$  путём подстановки

- ☐ 1)  $y = e^x$
- ☐ 2)  $y = e^{1/x}$
- ☐ 3)  $y = 5e^{-2x} + \frac{1}{3}e^x$
- ☐ 4)  $y = e^{-x}$

9. Определить тип уравнения по его виду  $y' = \frac{x^2 y}{x^3 + y^3}$

- ☐ 1) с разделяющимися переменными
- ☐ 2) однородное относительно переменных
- ☐ 3) линейное относительно  $y$  и  $y'$
- ☐ 4) Бернулли

10. Выбрать уравнение с разделяющимися переменными

- ☐ 1)  $xy' = y^2 + 1$
- ☐ 2)  $e^{-y}dx + (2y - xe^{-y})dy = 0$
- ☐ 3)  $(x^2 + xy)dy + (y^2 - xy)dx = 0$
- ☐ 4)  $y' = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y}$

### Типовые вопросы

1. Основные понятия. Простейшие уравнения первого порядка
2. Теорема Пикара для скалярного уравнения
3. Глобальная теорема Пикара для скалярного уравнения
4. Теорема Пикара для векторного уравнения
5. Условие Липшица и частные производные. Теорема Пикара для скалярного уравнения высшего порядка
6. Глобальная теорема Пикара для линейной системы
7. Аналитические решения. Теорема существования и единственности Коши
8. Ломаные Эйлера. Теорема существования Пеано
9. Линейные системы. Пространство решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений
10. Определитель Вронского, формула Остроградского-Лиувилля для системы и скалярного уравнения высшего порядка
11. Система с постоянной матрицей. Решение через собственные значения и собственные векторы
12. Решение неоднородной системы с постоянной матрицей. Решение скалярного однородного уравнения с постоянными коэффициентами
13. Неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами
14. Уравнение колебаний. Понятие устойчивости
15. Линейная система с переменной матрицей. Матрица Коши
16. Линейная система с постоянной матрицей. Экспонента матрицы
17. Общие теоремы об устойчивости линейной системы, системы с постоянной матрицей
18. Линейная система с периодической матрицей. Устойчивость
19. Линейная система с периодической матрицей. Периодические решения
20. Система с периодической матрицей. Представление Флоке
21. Лемма Беллмана. Устойчивость квазилинейной системы
22. Понятие особой точки
23. Функции Ляпунова. Теорема об устойчивости
24. Функции Ляпунова. Теоремы об асимптотической устойчивости и неустойчивости

