

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Направление подготовки Информационные системы и технологии

Код 09.03.02

Направленность (профиль) Информационные системы и технологии в
экономике и управлении

Квалификация выпускника бакалавр

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Универсальные	Разработка и реализация проектов	УК-2
Общепрофессиональные	-	ОПК-1

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи УК-1.2 Выбирает ресурсы для поиска информации необходимой для решения поставленной задачи УК-1.3 Находит, критически анализирует, сопоставляет, систематизирует и обобщает обнаруженную информацию, определяет парадигму, в рамках которой будет решаться поставленная задача. УК-1.4 Выявляет системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы. УК-1.5 Предлагает решение(я) задачи, оценивает достоинства и недостатки (теоретические задачи), преимущества и риски (практические задачи).
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Участвует в разработке проекта, определении его конечной цели, исходя из действующих правовых норм УК-2.2 Решает поставленную перед ним подцель проекта, через формулирование конкретных задач. УК-2.3 Учитывает при решении поставленных задач трудовые и материальные ресурсы, ограничения проекта - сроки, стоимость, содержание. УК-2.4 Реализует внутренние и внешние взаимодействия, предупреждает и разрешает конфликты УК-2.5 Владеет навыками работы оформления документации, публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта или проекта в целом
ОПК-1	Способен применять	ОПК-1.1 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в

естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	профессиональной деятельности. ОПК-1.2 Применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования. ОПК-1.3 Определяет возможности применения основных законов естественнонаучных дисциплин и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач. ОПК-1.4 Использует математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований. ОПК-1.5. Применяет положение закона и методы в области естественных наук и математики ОПК-1.6 Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики.
---	--

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	<ul style="list-style-type: none"> - основные понятия алгебры и геометрии; - базовые понятия теории математического анализа функций; - основные признаки сходимости числовых и функциональных рядов; - основные методы интегрирования функций; - решение линейных уравнений; 	<ul style="list-style-type: none"> - решать задачи по теории пределов последовательностей и функций; - применять математические методы при решении задач; - применять математические модели профессиональных задач; - интерпретировать полученные результаты и уметь их применять их в профессиональной деятельности; 	<ul style="list-style-type: none"> - навыками решения систем линейных уравнений; - навыками вычисления производных и интегралов; - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления; - навыками практического использования математического аппарата математического анализа для решения конкретных задач в профессиональной

			деятельности.
Код компетенции	УК-2		
	<ul style="list-style-type: none"> - задачи и цели разнообразных правовых проектов и ситуаций, связь между ними, способы решения и ожидаемые результаты; - формулировать основные правовые понятия, категории; - распознавать правовую основу разных видов деятельности; - анализировать правовую специфику различных социальных процессов; 	<ul style="list-style-type: none"> - планировать проект с учётом действующих правовых норм⁴ - применять основные административно-правовые категории, разновидности, формы и теории; - применять знания основ права во время переговоров, совещаний; - выделять особенности правового регулирования массовой коммуникации и специфику деловых коммуникаций в виртуальной среде; 	<ul style="list-style-type: none"> -навыками представления результатов проектов; - способами корректирования задач, возможностями их использования, совершенствования; - навыками использования правовых знаний в сфере поиска, получения и использования информации; - навыками анализа государственной политики в области формирования и использования информационных ресурсов и правового режима документированной информации.
Код компетенции	ОПК-1		
	<ul style="list-style-type: none"> - основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; - законы и методы в области естественных наук и математики; - задачи профессиональной деятельности, законов и методов в области естественных наук и математики; 	<ul style="list-style-type: none"> - решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования; - применять положения законов и методов в области естественных наук и математики; 	<ul style="list-style-type: none"> - навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; - навыками анализа задач профессиональной деятельности.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана ОПОП.

Данная дисциплина взаимосвязана с другими дисциплинами, такими как «Линейная алгебра», «Математическая логика и дискретная математика», «Дифференциальные уравнения», «Современные информационные технологии», «Алгоритмизация и методы

программирования», «Программные и аппаратные средства информатики».

В рамках освоения программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: научно-исследовательский, производственно-технологический, организационно-управленческий, проектный.

Профиль (направленность) программы установлена путем ее ориентации на сферу профессиональной деятельности выпускников: Информационные системы и технологии в экономике и управлении.

5. Объем дисциплины

<i>Виды учебной работы</i>	<i>Формы обучения</i>
	<i>Очная</i>
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	19/684
Контактная работа:	
Занятия лекционного типа	112
Занятия семинарского типа	148
Промежуточная аттестация: зачет, экзамен	36,2
Самостоятельная работа (СРС)	387,8

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам / разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

6.1. Распределение часов по разделам/темам и видам работы

6.1.1. Очная форма обучения

№ п/п	Раздел/тема	Виды учебной работы (в часах)						Самостоятельная работа
		Контактная работа						
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
		Лекции	Иные учебные занятия	Практические занятия	Семинары	Лабораторные работы	Иные	
1.	Числовые последовательности. Пределы числовых функций	10		14				28
2.	Непрерывные числовые функции	6		8				28
3.	Дифференцируемые числовые функции	8		12				28
4.	Исследование функций одной переменной	8		10				28
5.	Пределы векторных функций	8		12				28
6.	Непрерывные векторные функции	8		12				28
7.	Дифференцируемые векторные функции	8		10				28

8.	Некоторые приложения многомерного анализа	8		10			28
9.	Неопределенный интеграл	8		10			28
10.	Определенный интеграл	8		10			28
11.	Кратные интегралы	8		10			28
12.	Числовые ряды	8		10			28
13.	Функциональные ряды	8		10			28
14.	Степенные ряды	8		10			23,8
	Промежуточная аттестация	36,2					
	Итого	112		148			387,8

6.2 Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

6.2.1 *Содержание лекционного курса*

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание лекционного занятия
1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество \mathbb{R}^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in \mathbb{R}^n$. Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства.</p> <p>Внутренние и граничные точки множеств.</p> <p>Ограниченные, открытые, замкнутые множества.</p> <p>Граница множества. Проколота окрестность точки.</p> <p>Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа.</p> <p>Способы задания отображений.</p> <p>Образы и прообразы множеств при отображениях.</p> <p>Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум.</p> <p>Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел.</p> <p>Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств.</p> <p>Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>

2.	Пределы числовых функций	<p>Базы множеств. Примеры баз $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$. Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Условные обозначения. Простейшие свойства пределов. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел. Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел. Существование верхней и нижней грани непустого ограниченного множества чисел. Критерий существования предела монотонной ограниченной последовательности (признак Вейерштрасса). Второй замечательный предел. Сравнение предельного поведения функций. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей/ Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела для произвольной базы. Секвенциальный критерий существования предела при $x \rightarrow x_0$</p>
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Определение и примеры. Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Понятие обратной функции для данной функции. Критерий существования обратной функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции. Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функции и определение их типов.</p>
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Определение и интерпретация производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная как абсолютная скорость изменений и эластичность как относительная скорость изменений. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная и арифметические операции.</p>

		<p>Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции.</p> <p>Производные основных элементарных функций.</p> <p>Точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции.</p> <p>Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или убывания. Необходимое условие экстремума. Обобщенная теорема о среднем значении и её следствия: теоремы Лагранжа и Коши о среднем значении.</p> <p>Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума.</p> <p>Правило Лопиталья. Сравнение скорости возрастания функций e^x, x^a, $\ln x$ при $x \rightarrow \infty$. Исследование неопределенностей вида $0 \cdot \infty$, 0^0, 1^∞, ∞^0. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции.</p> <p>Признаки выпуклости или вогнутости. Второе достаточное условие экстремума.</p> <p>Примерная схема исследования функции для построения её графика.</p> <p>Многочлены Тейлора функции в данной точке. Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Примеры применения формулы Тейлора для вычислений с заданной оценкой погрешности результата. Экстремумы, точки перегиба и производные высших порядков. Формула Маклорена для функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$. Доказательство формулы бинома Ньютона с помощью формулы Тейлора. Треугольник Паскаля для биномиальных коэффициентов. Формула Лейбница для производных произведения.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x,y) \in X, y = f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента.</p> <p>Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции/</p> <p>Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Различные определения непрерывности векторных функций. Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Связь непрерывности</p>

		<p>векторных функций с непрерывностью их числовых компонентов. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения.</p> <p>Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества.</p> <p>Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Критерий замкнутости.</p> <p>Компактные множества. Эквивалентность. Лемма Больцано- Вейерштрасса.</p> <p>Свойства непрерывных на компакте функций.</p> <p>Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса: непрерывная на компакте числовая функция многих переменных достигает на нем свои наибольшее и наименьшее значения. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции.</p> <p>Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности непрерывных на компакте функций.</p> <p>Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой.</p> <p>Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции.</p> <p>Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке.</p> <p>Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций.</p> <p>Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали.</p>

		<p>Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования. Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах.</p> <p>Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки. Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки.</p> <p>Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции.</p> <p>Вычисление эластичности неявно заданных функций. Эластичность замещения.</p> <p>Условия зависимости системы числовых функций. Надграфик и подграфик функции. Выпуклые и вогнутые функции как функции с выпуклым надграфиком и подграфиком. Критерий выпуклости или вогнутости функций в форме неравенств. Строго выпуклые и строго вогнутые функции. Выпуклость множеств уровня и для выпуклых и вогнутых функций. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции. Теорема о непрерывности выпуклых функций. Критерий выпуклости или вогнутости для функций и его геометрическая интерпретация. Теорема об экстремумах выпуклых и вогнутых функций. Критерии выпуклости или вогнутости. Непрерывное продолжение выпуклых функций.</p> <p>Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода. Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>

9.	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная функции. Определения и простейшие свойства. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции.</p> <p>Непосредственное интегрирование. Простейшие методы интегрирования. Метод замены переменной в интегрировании. Метод интегрирования по частям. Основные группы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции с тем же знаменателем. Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Отмеченные разбиения отрезка числовой прямой. Диаметр разбиения. База на множестве всех отмеченных разбиений отрезка. Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и физическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Особенности замены переменной и формулы интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>Множества меры нуль. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл и арифметические операции. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования.</p> <p>Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы, зависящие от параметров. Интеграл с переменным верхним пределом.</p> <p>Приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения.</p>

		Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме.
11.	Кратные интегралы	Отмеченные разбиения n -мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n -мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n . Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.
12.	Числовые ряды	Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Некоторые свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.
13.	Функциональные ряды	Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.
14.	Степенные ряды	Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

6.2.2 Содержание практических занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание практического занятия
-------	--	----------------------------------

1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента . Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество \mathbb{R}^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in \mathbb{R}^n$.</p> <p>Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства.</p> <p>Внутренние и граничные точки множеств.</p> <p>Ограниченные, открытые, замкнутые множества.</p> <p>Граница множества. Проколота окрестность точки.</p> <p>Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа.</p> <p>Способы задания отображений.</p> <p>Образы и прообразы множеств при отображениях.</p> <p>Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум.</p> <p>Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел.</p> <p>Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств</p> <p>Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>
2.	Пределы числовых функций	<p>Пределы числовых функций по базам: $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Первый замечательный предел.</p> <p>Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел.</p> <p>Второй замечательный предел.</p> <p>Сравнение предельного поведения функций.</p> <p>Эквивалентные функции и функции одного порядка.</p> <p>Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций.</p> <p>Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности.</p> <p>Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты.</p> <p>Предел композиции функций.</p> <p>Вычисление пределов функций с использованием основных теорем о пределах. Нахождение односторонних пределов. Решение примеров на вычисление пределов функции в случае возникновения неопределенностей различных типов, отработка</p>

		приемов устранения неопределенностей различных типов.
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Критерий существования обратной функции. Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функции и определение их типов.</p>
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Нахождение производной функции с использованием определения понятия производной. Нахождение производной функции с использованием правил дифференцирования и формул производных основных элементарных функций и вычисление значений производной в заданной точке. Нахождение производной сложной функции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Решение задач на нахождение производных и дифференциалов функции второго, третьего и других порядков. Производные высших порядков. Решение задач на определение угла наклона касательной к графику функции в заданной точке. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Примерная схема исследования функции для построения её графика. Изучение алгоритма исследования функции. Решение задач на определение монотонности, экстремумов, кривизны функции. Нахождение асимптот функции. Построение графиков функций. Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталья.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x,y) \in X, y = f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента. Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции/ Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для</p>

		<p>вычисления пределов функций двух переменных. Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения. Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества. Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Компактные множества. Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции. Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции. Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали. Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования. Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Критические и седловые точки. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции. Вычисление эластичности неявно заданных функций.</p>

		<p>Выпуклые и вогнутые функции</p> <p>Условные экстремумы. Принцип множителей Лагранжа.</p> <p>Рассмотрение примеров функций нескольких переменных. Решение задач на нахождение градиента функции двух переменных. Нахождение частных производных и полных дифференциалов функции двух переменных. Решение задач на определение экстремумов функции двух переменных.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.</p> <p>Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода.</p> <p>Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу.</p> <p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу.</p> <p>Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Решение задач на нахождение неопределенного интеграла с использованием основных свойств неопределенных интегралов, а также применения методов непосредственного интегрирования, замены переменной и интегрирования по частям. Отработка навыков интегрирования рациональных дробей, тригонометрических функций.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Решение задач на вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, с использованием основных свойств определенных интегралов. Решение задач на применение методов замены переменной и интегрирования по частям в определенных интегралах.</p> <p>Решение задач на составление формулы и вычисление площадей плоских фигур.</p> <p>Решение задач на вычисление несобственных интегралов с помощью критерия Коши.</p>
11.	Кратные интегралы	<p>Отмеченные разбиения n-мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n-мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n.</p> <p>Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле.</p> <p>Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.</p>
12.	Числовые ряды	<p>Арифметические операции со сходящимися рядами.</p> <p>Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых.</p>

		<p>Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.</p> <p>Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.</p>
13.	Функциональные ряды	<p>Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.</p>
14.	Степенные ряды	<p>Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.</p>

6.2.3 Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество \mathbb{R}^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in \mathbb{R}^n$.</p> <p>Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства.</p> <p>Внутренние и граничные точки множеств.</p> <p>Ограниченные, открытые, замкнутые множества.</p> <p>Граница множества. Проколота окрестность точки.</p> <p>Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа.</p> <p>Способы задания отображений.</p> <p>Образы и прообразы множеств при отображениях.</p> <p>Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум.</p> <p>Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел.</p>

		<p>Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств</p> <p>Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>
2.	Пределы числовых функций	<p>Базы множеств. Примеры баз $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$.</p> <p>Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функции по данной базе.</p> <p>Условные обозначения. Простейшие свойства пределов. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел.</p> <p>Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел. Существование верхней и нижней грани непустого ограниченного множества чисел. Критерий существования предела монотонной ограниченной последовательности (признак Вейерштрасса). Второй замечательный предел.</p> <p>Сравнение предельного поведения функций.</p> <p>Эквивалентные функции и функции одного порядка.</p> <p>Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций.</p> <p>Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей/</p> <p>Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты.</p> <p>Предел композиции функций.</p> <p>Критерий Коши существования предела для произвольной базы. Секвенциальный критерий существования предела при $x \rightarrow x_0$</p> <p>Вычисление пределов функций с использованием основных теорем о пределах. Нахождение односторонних пределов. Решение примеров на вычисление пределов функции в случае возникновения неопределенностей различных типов, отработка приемов устранения неопределенностей различных типов.</p>
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Непрерывность слева, непрерывность справа.</p> <p>Классификация точек разрыва.</p> <p>Переход к пределу под знаком непрерывной функции.</p> <p>Непрерывности композиции непрерывных функций.</p> <p>Непрерывность и арифметические операции.</p> <p>Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для</p>

		решения неравенств. Понятие обратной функции для данной функции. Критерий существования обратной функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции.
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Нахождение производной функции с использованием определения понятия производной.</p> <p>Нахождение производной функции с использованием правил дифференцирования и формул производных основных элементарных функций и вычисление значений производной в заданной точке. Нахождение производной сложной функции. Решение задач на определение угла наклона касательной к графику функции в заданной точке. Решение задач на нахождение дифференциала функции.</p> <p>Решение задач на нахождение производных и дифференциалов функции второго, третьего и других порядков.</p> <p>Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталя.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x,y) \in X, y = f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента.</p> <p>Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции.</p> <p>Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных.</p> <p>Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Различные определения непрерывности векторных функций. Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Связь непрерывности векторных функций с непрерывностью их числовых компонентов. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения.</p> <p>Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества.</p> <p>Открытость объединения любого семейства и</p>

		<p>пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Критерий замкнутости.</p> <p>Компактные множества. Эквивалентность. Лемма Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса: непрерывная на компакте числовая функция многих переменных достигает на нем свои наибольшее и наименьшее значения. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции.</p> <p>Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности непрерывных на компакте функций. Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции.</p> <p>Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке.</p> <p>Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций.</p> <p>Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали.</p> <p>Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования.</p> <p>Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах.</p> <p>Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки. Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки.</p>

		<p>Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции.</p> <p>Вычисление эластичности неявно заданных функций. Эластичность замещения.</p> <p>Условия зависимости системы числовых функций. Надграфик и подграфик функции. Выпуклые и вогнутые функции как функции с выпуклым надграфиком и подграфиком. Критерий выпуклости или вогнутости функций в форме неравенств. Строго выпуклые и строго вогнутые функции. Выпуклость множеств уровня и для выпуклых и вогнутых функций. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции. Теорема о непрерывности выпуклых функций. Критерий выпуклости или вогнутости для функций и его геометрическая интерпретация. Теорема об экстремумах выпуклых и вогнутых функций. Критерии выпуклости или вогнутости. Непрерывное продолжение выпуклых функций.</p> <p>Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода. Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная функции. Определения и простейшие свойства. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции.</p> <p>Непосредственное интегрирование. Простейшие методы интегрирования. Метод замены переменной в</p>

		<p>интегрировании. Метод интегрирования по частям. Основные группы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции с тем же знаменателем. Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Отмеченные разбиения отрезка числовой прямой. Диаметр разбиения. База на множестве всех отмеченных разбиений отрезка. Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и физическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Особенности замены переменной и формулы интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>Множества меры нуль. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл и арифметические операции. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования.</p> <p>Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы, зависящие от параметров. Интеграл с переменным верхним пределом.</p> <p>Приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения.</p> <p>Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов.</p> <p>Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме.</p>
11.	Кратные интегралы	<p>Отмеченные разбиения n-мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n-мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n. Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле.</p>

		Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.
12.	Числовые ряды	Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда. Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Некоторые свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.
13.	Функциональные ряды	Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.
14.	Степенные ряды	Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Предусмотрены следующие виды контроля качества освоения конкретной дисциплины:

- текущий контроль успеваемости
- промежуточная аттестация обучающихся по дисциплине

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине оформлен в **ПРИЛОЖЕНИИ** к РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины в процессе обучения.

7.1 Паспорт фонда оценочных средств для проведения текущей аттестации по дисциплине (модулю)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы)	Наименование оценочного средства
-------	-------------------------------	----------------------------------

1.	Числовые последовательности.	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
2.	Пределы числовых функций	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
3.	Непрерывные числовые функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
4.	Дифференцируемые числовые функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
5.	Пределы векторных функций	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
6.	Непрерывные векторные функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
7.	Дифференцируемые векторные функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
8.	Приложения многомерного анализа	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
9.	Неопределенный интеграл	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
10.	Определенный интеграл	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
11.	Кратные интегралы	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
12.	Числовые ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
13.	Функциональные ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
14.	Степенные ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.

7.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в процессе текущего контроля

Типовые вопросы

1. Составление формулы общего члена числовой последовательности.
2. Числовая последовательность и ее предел.
3. Вычисление пределов функций с использованием основных теорем о пределах.

4. Нахождение односторонних пределов.
5. Исследование функций на непрерывность.
6. Нахождение точек разрыва функции и определение их типов.
7. Нахождение производной функции с использованием определения понятия производной.
8. Нахождение производной функции с использованием правил дифференцирования.
9. Физический и геометрический смысл производной функции.
10. Основные правила и формулы дифференцирования.
11. Нахождение производной сложной функции.
12. Решение задач на определение угла наклона касательной к графику функции в заданной точке.
13. Производные и дифференциалы функций высших порядков.
14. Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталья.
15. Исследование функции и построение графика функции.
16. Нахождение асимптот функции. Построение графиков функций.
17. Нахождение частных производных и полных дифференциалов функции двух переменных.
18. Основные методы интегрирования.
19. Нахождение неопределенного интеграла с использованием основных свойств неопределенных интегралов.
20. Нахождение неопределенного интеграла с использованием методов непосредственного интегрирования.
21. Нахождение неопределенного интеграла с использованием замены переменной.
22. Нахождение неопределенного интеграла с использованием интегрирования по частям.
23. Интегрирование рациональных дробей, тригонометрических функций.
24. Геометрический смысл определенного интеграла.
25. Основные приложения определенного интеграла.
26. Вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, с использованием основных свойств определенных интегралов.
27. Применение методов замены переменной и интегрирования по частям в определенных интегралах.
28. Составление формулы и вычисление площадей плоских фигур.

Типовые задания

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\pi + 2x}$
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{2x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^3 - 2x^2}{7x^4 - x^2 + 1}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^2 - 3x + 2}$

$$1. \int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x} dx; 2. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 3. \int (x^3 - 3x^2 + x + 1) dx$$

$$4. \int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx; 5. \int x e^{-x} dx; 6. \int \ln x dx.$$

7. Вычислить определенные интегралы:

$$1. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; 2. \int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx;$$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 - x^2; y = 4 + x;$$

Типовые проблемно-аналитические задания

1. *Проблемно-аналитическое задание:*

Банк выплачивает ежегодно 5% годовых (сложный процент). Определить: а) размер вклада через 3 года, если первоначальный вклад составил 10 тыс. руб.; б) размер первоначального вклада, при котором через 4 года вклад (вместе с процентными деньгами) составит 10 000 руб.

У к а з а н и е. Размер вклада Q_t через t лет определяется по формуле $Q_t = Q_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$, где p — процентная ставка за год, Q_0 — первоначальный вклад.

Темы исследовательских, творческих проектов

Подготовка исследовательских проектов по темам:

1. Элементарные функции.
2. Дифференциальное исчисление.
3. Интегральное исчисление.
4. Дифференциальные уравнения.
5. Производные высших порядков.
6. Применение производных в экономике.

Творческое задание

1. Примерная схема исследования функции для построения её графика.
 - 1.1. Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты.
 - 1.2. Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума.
 - 1.3. Выпуклые и вогнутые функции. Признаки выпуклости или вогнутости. Второе достаточное условие экстремума.
2. Градиент. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали.
3. Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки. Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки.

Типовые задания к интерактивным занятиям

1. Пределы векторных функций

1.1. Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.

2. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.

2.1. Простейшие методы интегрирования. Метод интегрирования по частям. Метод замены переменной.

2.2. Интегрирование рациональных функций.

2.3. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегралы функций, рационально зависящих от $\cos(x)$ и $\sin(x)$.

2.4. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.

3. Кратные интегралы

3.1. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле.

4. Числовые ряды

4.1. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.

4.2. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.

4.3. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.

5. Функциональные ряды

5.1. Область сходимости функционального ряда. Радиус и область сходимости степенного ряда.

5.2. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда.

Интегрирование простейших иррациональных функций.

5.3. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.

Типовые тесты

Тест №1

1. Найти градиент функции $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2 + 1}$ в точке $M(0, 3)$:

A) $\text{grad } f = \{0; -0,3\}$,

B) $\text{grad } f = \{0,3; 0\}$,

C) $\text{grad } f = \{-0,3; 0\}$,

D) $\text{grad } f = \{0; 0,3\}$

2. Найти дифференциал второго порядка в точке M_0 :

$$f(x, y) = (x + y)^{xy}, \quad M_0(1; 0).$$

- А) $dx dy + 2 dy^2$,
В) $dx dy + dy^2$,
С) $2 dx dy + 2 dy^2$,
D) $3 dx^2 - 2 dx dy + 2 dy^2$

3. Исследовать функцию на условный локальный экстремум:

$$f(x, y) = 5 - 3x - 4y, \quad \text{при } x^2 + y^2 = 25$$

- А) $(-3; -4), (3; 4)$ — точки условного локального минимума;
В) $(3; 4)$ — условный локальный минимум; $(-3; -4)$ — усл. лок максимум
С) $(0; 0)$ — условный локальный минимум; $(-1; 1)$ — усл. лок максимум
D) точек условного локального экстремума нет

4. Двойной интеграл $\iint_P f(x, y) dx dy$, где (P) — прямоугольник $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$,

вычисляется:

- А) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dy \int_c^d f(x, y) dx$;
В) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b f(x, y) dx \int_c^d dy$;
С) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy$.

5. $\iint_{(D)} x^2(x - y) dx dy$, где (D) : $x = y^2, y = x^2$. равен ...

А) $-\frac{1}{5}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx$.

В) $-\frac{1}{504}; \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx$.

С) $\frac{1}{504}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} (y - x) dx$.

D) $-\frac{1}{504}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx$.

6. Признак Даламбера сходимости числового ряда

$\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что:

А) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, q < 1$ - ряд расходится, $q > 1$ - ряд сходится;

В) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q, q < 1$ - ряд расходится, $q > 1$ - ряд сходится;

С) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, q > 1$ - ряд расходится, $q < 1$ - ряд сходится;

D) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q, q > 1$ - ряд расходится, $q < 1$ - ряд сходится.

7. Область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$ есть промежуток ...

- A) $(-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$
- B) $(-\infty; -1)$
- C) $(-1; 1)$
- D) $(-\infty; +\infty)$

8. Функция e^x разлагается в ряд Тейлора вида:

- A) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$;
- B) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$;
- C) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$;
- D) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$.

Тест №2

1. Какому из уравнений удовлетворяет функция $u = e^x (x \cos y - y \sin y)$

- A) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
- B) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = e^x$
- C) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
- D) $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

2. Пусть $f : D \subset R^2 \rightarrow R$, $M_0(x_0; y_0)$ - внутренняя точка области D и f дифференцируема в точке M_0 . Выберите верные утверждения:

- A) f имеет частные производные по всем переменным в точке M_0
- B) существуют производные по всем возможным направлениям в точке M_0
- C) полное приращение в точке M_0 функции f может быть представлено в виде: $f'_x(M_0) \cdot \Delta x + f'_y(M_0) \cdot \Delta y + \alpha_1(\Delta x, \Delta y) \cdot \Delta x + \alpha_2(\Delta x, \Delta y) \cdot \Delta y$, где α_1, α_2 бесконечно малые функции при $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$
- D) M_0 -точка локального экстремума функции f

3. Найти точки локального экстремума функции

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 32 \ln(xy)$$

- A) A(4;4), B(-4;-4)-точки локального максимума
- B) A(4;4)-точка локального максимума, B(-4;-4)-точка локального минимума
- C) точек локального экстремума нет
- D) A(4;4), B(-4;-4)-точки локального минимума

4. Двойной интеграл $\iint_P f(x, y) dx dy$, где (P) – произвольная область ограниченная сверху графиком $y = \varphi_2(x)$, снизу – графиком $y = \varphi_1(x)$, с боков $x=a$ и $x=b$, вычисляется:

- A) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy$;
- B) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy$;
- C) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dy \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dx$.

5. (Д) – половина круга радиуса R с центром в начале координат, лежащая в области $y \geq 0$, $\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy, = \dots$

A) $\frac{\pi R^2}{4}$.

B) $\frac{R^4}{4}$.

C) $\frac{\pi R^4}{4}$.

D) $\frac{\pi R}{4}$.

6. Признак Коши сходимости числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} P_k$ с положительными членами P_k заключается в том, что если:

A) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, q < 1$ - ряд сходится, $q > 1$ - ряд расходится;

B) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q, q > 1$ - ряд сходится, $q < 1$ - ряд расходится;

C) $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{P_{k+1}}{P_k} = q, q > 1$ - ряд сходится, $q < 1$ - ряд расходится;

D) $\lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{P_k} = q, q < 1$ - ряд сходится, $q > 1$ - ряд расходится.

7. Разложив в ряд Маклорена функцию $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$, получим ..

A) $2 + \frac{2x^2}{3} + \dots + \frac{2x^{2k}}{2k+1} + \dots$

B) $2x + \frac{2x^3}{3} + \dots + \frac{2x^{2k-1}}{2k-1} + \dots$

C) $2x^2 + \frac{2x^4}{3} + \dots + \frac{2x^{2k+2}}{2k-1} + \dots$

8. Найдите четвертый член a_4 числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (n+2)}{2^{n-1}}$.

A) 3,

B) 1,

C) 0

Тест №3

1. Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $0,97^{1,05}$.

A) 0,96

B) 0,97

C) 1

D) -0,98

2. Заменяя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $\sqrt{1,02^3 + 1,97^3}$

A) 3,04

B) -3,04

C) 0,034

D) 30,4

3. Производная функции $f(x, y)$ в точке (x_0, y_0) по направлению вектора $(1, 0)$ равна:

A) $f'_x(x_0, y_0)$

B) $f'_y(x_0, y_0)$

C) $f'_x(x_0, y_0) + f'_y(x_0, y_0)$

D) $f'_x(x, y)$

4. Двойной интеграл $\iint_P f(x, y) dx dy$ в полярной системе координат

$\begin{cases} x = \rho \cos \Theta \\ y = \rho \sin \Theta \end{cases}$ вычисляется по формуле:

A) $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) \rho d\Theta d\rho;$

B) $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) d\Theta d\rho;$

C) $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) \rho^2 d\Theta d\rho.$

5. D) – ограничена прямыми $x = 2, y = x, x = 2y$. $\iint_{(D)} \frac{x dx dy}{x^2 + y^2} = \dots$

A) $\frac{\pi}{6}$

B) π^6

C) $\frac{\pi}{3}$

D) 0

6. Интегральный признак Коши сходимости числового ряда $\sum_{k=m}^{\infty} P_k$ с невозрастающими членами заключается в том, что

A) если $\int_{-\infty}^{\infty} P(x) dx$ сходится, то ряд сходится;

B) если $\int_m^{\infty} P(x) dx$ расходится, то ряд сходится;

C) если $\int_m^{\infty} P(x) dx$ сходится, то ряд сходится;

D) если $\int_m^{\infty} \frac{P_{k+1}(x)}{P(x)} dx$ сходится, то ряд сходится.

7. Ряд $2x + \frac{2x^3}{3} + \dots + \frac{2x^{2k-1}}{2k-1} + \dots$ сходится на промежутке ...

A) $(-1; 1)$

B) $(-\infty; \infty)$

C) $(-\infty; 1)$

D) $(-\infty; -1)$

8. Функция $\sin x$ разлагается в ряд Тейлора вида:

A) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots;$

B) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots;$

C) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots;$

D) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots.$

Ответы к тестам:

Тест № 1: 1-В, 2-С, 3-В, 4-С, 5-Д, 6-С, 7-А, 8-С

Тест № 2: 1-С, 2-А, В, С, 3-Д, 4-В, 5-В, 6-Д, 7-В, 8-А

Тест № 3: 1-В, 2-А, 3-А, 4-А, 5-А, 6-С, 7-А, 8-В

7.3 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Все задания, используемые для текущего контроля формирования компетенций условно можно разделить на две группы:

1. задания, которые в силу своих особенностей могут быть реализованы только в процессе обучения на занятиях (например, дискуссия, круглый стол, диспут, мини-конференция);

2. задания, которые дополняют теоретические вопросы (практические задания, проблемно-аналитические задания, тест).

Выполнение всех заданий является необходимым для формирования и контроля знаний, умений и навыков. Поэтому, в случае невыполнения заданий в процессе обучения, их необходимо «отработать» до зачета (экзамена). Вид заданий, которые необходимо выполнить для ликвидации «задолженности» определяется в индивидуальном порядке, с учетом причин невыполнения.

1. Требование к теоретическому устному ответу

Оценка знаний предполагает дифференцированный подход к студенту, учет его индивидуальных способностей, степень усвоения и систематизации основных понятий и категорий по дисциплине. Кроме того, оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение использовать в ответе практический материал. Оценивается культура речи, владение навыками ораторского искусства.

Критерии оценивания: последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала, использование профессиональных терминов, культура речи, навыки ораторского искусства. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда материал излагается исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно, при этом раскрываются не только основные понятия, но и анализируются точки зрения различных авторов. Обучающийся не затрудняется с ответом, соблюдает культуру речи.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но при ответе на вопрос допускает несущественные погрешности.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

2. Творческие задания

Эссе – это небольшая по объему письменная работа, сочетающая свободные, субъективные рассуждения по определенной теме с элементами научного анализа. Текст должен быть легко читаем, но необходимо избегать нарочито разговорного стиля, сленга, шаблонных фраз. Объем эссе составляет примерно 2 – 2,5 стр. 12 шрифтом с одинарным интервалом (без учета титульного листа).

Критерии оценивания - оценка учитывает соблюдение жанровой специфики эссе,

наличие логической структуры построения текста, наличие авторской позиции, ее научность и связь с современным пониманием вопроса, адекватность аргументов, стиль изложения, оформление работы. Следует помнить, что прямое заимствование (без оформления цитат) текста из Интернета или электронной библиотеки недопустимо.

Оценка *«отлично»* ставится в случае, когда определяется: наличие логической структуры построения текста (вступление с постановкой проблемы; основная часть, разделенная по основным идеям; заключение с выводами, полученными в результате рассуждения); наличие четко определенной личной позиции по теме эссе; адекватность аргументов при обосновании личной позиции, стиль изложения.

Оценка *«хорошо»* ставится, когда в целом определяется: наличие логической структуры построения текста (вступление с постановкой проблемы; основная часть, разделенная по основным идеям; заключение с выводами, полученными в результате рассуждения); но не прослеживается наличие четко определенной личной позиции по теме эссе; не достаточно аргументов при обосновании личной позиции.

Оценка *«удовлетворительно»* ставится, когда в целом определяется: наличие логической структуры построения текста (вступление с постановкой проблемы; основная часть, разделенная по основным идеям; заключение). Но не прослеживаются четкие выводы, нарушается стиль изложения.

Оценка *«неудовлетворительно»* ставится, если не выполнены никакие требования.

3. Требование к решению ситуационной, проблемной задачи (кейс-измерители)

Студент должен уметь выделить основные положения из текста задачи, которые требуют анализа и служат условиями решения. Исходя из поставленного вопроса в задаче, попытаться максимально точно определить проблему и соответственно решить ее.

Задачи должны решаться студентами письменно. При решении задач также важно правильно сформулировать и записать вопросы, начиная с более общих и, кончая частными.

Критерии оценивания – оценка учитывает методы и средства, использованные при решении ситуационной, проблемной задачи.

Оценка *«отлично»* ставится в случае, когда обучающийся выполнил задание (решил задачу), используя в полном объеме теоретические знания и практические навыки, полученные в процессе обучения.

Оценка *«хорошо»* ставится, если обучающийся в целом выполнил все требования, но не совсем четко определяется опора на теоретические положения, изложенные в научной литературе по данному вопросу.

Оценка *«удовлетворительно»* ставится, если обучающийся показал положительные результаты в процессе решения задачи.

Оценка *«неудовлетворительно»* ставится, если обучающийся не выполнил все требования.

4. Интерактивные задания

Механизм проведения диспут-игры (ролевой (деловой) игры).

Необходимо разбиться на несколько команд, которые должны поочередно высказать свое мнение по каждому из заданных вопросов. Мнение высказывающейся команды засчитывается, если противоположная команда не опровергнет его контраргументами. Команда, чье мнение засчитано как верное (не получило убедительных контраргументов от противоположных команд), получает один балл. Команда, опровергнувшая мнение противоположной команды своими контраргументами, также получает один балл. Побеждает команда, получившая максимальное количество баллов.

Ролевая игра как правило имеет фабулу (ситуацию, казус), распределяются роли, подготовка осуществляется за 2-3 недели до проведения игры.

Критерии оценивания – оцениваются действия всех участников группы. Понимание

проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Соответствие реальной действительности решений, выработанных в ходе игры. Владение терминологией, демонстрация владения учебным материалом по теме игры, владение методами аргументации, умение работать в группе (умение слушать, конструктивно вести беседу, убеждать, управлять временем, бесконфликтно общаться), достижение игровых целей, (соответствие роли – при ролевой игре). Ясность и стиль изложения.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, выполнения всех критериев.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Решения, выработанные в ходе игры, полностью соответствуют реальной действительности. Но некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены нормы общения, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия в целом соответствуют заданным целям. Однако, решения, выработанные в ходе игры, не совсем соответствуют реальной действительности. Некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающиеся не понимают проблему, их высказывания не соответствуют заданным целям.

5. Комплексное проблемно-аналитическое задание

Задание носит проблемно-аналитический характер и выполняется в три этапа. На первом из них необходимо ознакомиться со специальной литературой.

Целесообразно также повторить учебные материалы лекций и семинарских занятий по темам, в рамках которых предлагается выполнение данного задания.

На втором этапе выполнения работы необходимо сформулировать проблему и изложить авторскую версию ее решения, на основе полученной на первом этапе информации.

Третий этап работы заключается в формулировке собственной точки зрения по проблеме. Результат третьего этапа оформляется в виде аналитической записки (объем: 2-2,5 стр.; 14 шрифт, 1,5 интервал).

Критерий оценивания - оценка учитывает: понимание проблемы, уровень раскрытия поставленной проблемы в плоскости теории изучаемой дисциплины, умение формулировать и аргументировано представлять собственную точку зрения, выполнение всех этапов работы.

Оценка «*отлично*» ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует полное понимание проблемы, все требования, предъявляемые к заданию выполнены.

Оценка «*хорошо*» ставится, если обучающийся демонстрирует значительное понимание проблемы, все требования, предъявляемые к заданию выполнены.

Оценка «*удовлетворительно*» ставится, если обучающийся, демонстрирует частичное понимание проблемы, большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены

Оценка «*неудовлетворительно*» ставится, если обучающийся демонстрирует непонимание проблемы, многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены.

6. Исследовательский проект

Исследовательский проект – проект, структура которого приближена к формату научного исследования и содержит доказательство актуальности избранной темы, определение научной проблемы, предмета и объекта исследования, целей и задач, методов, источников, историографии, обобщение результатов, выводы.

Результаты выполнения исследовательского проекта оформляется в виде реферата (объем: 12-15 страниц; 14 шрифт, 1,5 интервал).

Критерии оценивания - поскольку структура исследовательского проекта максимально приближена к формату научного исследования, то при выставлении учитывается доказательство актуальности темы исследования, определение научной проблемы, объекта и

предмета исследования, целей и задач, источников, методов исследования, выдвижение гипотезы, обобщение результатов и формулирование выводов, обозначение перспектив дальнейшего исследования.

Оценка *«отлично»* ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует полное понимание проблемы, все требования, предъявляемые к заданию выполнены.

Оценка *«хорошо»* ставится, если обучающийся демонстрирует значительное понимание проблемы, все требования, предъявляемые к заданию выполнены.

Оценка *«удовлетворительно»* ставится, если обучающийся, демонстрирует частичное понимание проблемы, большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены.

Оценка *«неудовлетворительно»* ставится, если обучающийся демонстрирует непонимание проблемы, многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены.

7. Информационный проект (презентация):

Информационный проект – проект, направленный на стимулирование учебно-познавательной деятельности студента с выраженной эвристической направленностью (поиск, отбор и систематизация информации об объекте, оформление ее для презентации). Итоговым продуктом проекта может быть письменный реферат, электронный реферат с иллюстрациями, слайд-шоу, мини-фильм, презентация и т.д.

Информационный проект отличается от исследовательского проекта, поскольку представляет собой такую форму учебно-познавательной деятельности, которая отличается ярко выраженной эвристической направленностью.

Критерии оценивания - при выставлении оценки учитывается самостоятельный поиск, отбор и систематизация информации, раскрытие вопроса (проблемы), ознакомление студенческой аудитории с этой информацией (представление информации), ее анализ и обобщение, оформление, полные ответы на вопросы аудитории с примерами.

Оценка *«отлично»* ставится в случае, когда обучающийся полностью раскрывает вопрос (проблему), представляет информацию систематизировано, последовательно, логично, взаимосвязано, использует более 5 профессиональных терминов, широко использует информационные технологии, ошибки в информации отсутствуют, дает полные ответы на вопросы аудитории с примерами.

Оценка *«хорошо»* ставится, если обучающийся раскрывает вопрос (проблему), представляет информацию систематизировано, последовательно, логично, взаимосвязано, использует более 2 профессиональных терминов, достаточно использует информационные технологии, допускает не более 2 ошибок в изложении материала, дает полные или частично полные ответы на вопросы аудитории.

Оценка *«удовлетворительно»* ставится, если обучающийся, раскрывает вопрос (проблему) не полностью, представляет информацию не систематизировано и не совсем последовательно, использует 1-2 профессиональных термина, использует информационные технологии, допускает 3-4 ошибки в изложении материала, отвечает только на элементарные вопросы аудитории без пояснений.

Оценка *«неудовлетворительно»* ставится, если вопрос не раскрыт, представленная информация логически не связана, не используются профессиональные термины, допускает более 4 ошибок в изложении материала, не отвечает на вопросы аудитории.

8. Дискуссионные процедуры

Круглый стол, дискуссия, полемика, диспут, дебаты, мини-конференции являются средствами, позволяющими включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения. Задание дается заранее, определяется круг вопросов для обсуждения, группы участников этого обсуждения.

Дискуссионные процедуры могут быть использованы для того, чтобы студенты:

– лучше поняли усвояемый материал на фоне разнообразных позиций и мнений, не обязательно достигая общего мнения;

– смогли постичь смысл изучаемого материала, который иногда чувствуют интуитивно, но не могут высказать вербально, четко и ясно, или конструировать новый смысл, новую позицию;

– смогли согласовать свою позицию или действия относительно обсуждаемой проблемы.

Критерии оценивания – оцениваются действия всех участников группы. Понимание проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Соответствие реальной действительности решений, выработанных в ходе игры. Владение терминологией, демонстрация владения учебным материалом по теме игры, владение методами аргументации, умение работать в группе (умение слушать, конструктивно вести беседу, убеждать, управлять временем, бесконфликтно общаться), достижение игровых целей, (соответствие роли – при ролевой игре). Ясность и стиль изложения.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда все требования выполнены в полном объеме.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия полностью соответствуют заданным целям. Решения, выработанные в ходе игры, полностью соответствуют реальной действительности. Но некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены нормы общения, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающиеся в целом демонстрируют понимание проблемы, высказывания и действия в целом соответствуют заданным целям. Однако, решения, выработанные в ходе игры, не совсем соответствуют реальной действительности. Некоторые объяснения не совсем аргументированы, нарушены временные рамки, нарушен стиль изложения.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающиеся не понимают проблему, их высказывания не соответствуют заданным целям.

9. Тестирование

Является одним из средств контроля знаний, обучающихся по дисциплине.

Критерии оценивания – правильный ответ на вопрос.

Оценка «отлично» ставится в случае, если правильно выполнено 90-100% заданий.

Оценка «хорошо» ставится, если правильно выполнено 70-89% заданий.

Оценка «удовлетворительно» ставится в случае, если правильно выполнено 50-69% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если правильно выполнено менее 50% заданий.

10. Требование к письменному опросу (контрольной работе)

Оценивается не только глубина знаний поставленных вопросов, но и умение изложить письменно.

Критерии оценивания: последовательность, полнота, логичность изложения, анализ различных точек зрения, самостоятельное обобщение материала. Изложение материала без фактических ошибок.

Оценка «отлично» ставится в случае, когда соблюдены все критерии.

Оценка «хорошо» ставится, если обучающийся твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, знает практическую базу, но допускает несущественные погрешности.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если обучающийся освоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала, затрудняется с ответами, показывает отсутствие должной связи между анализом, аргументацией и выводами.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если обучающийся не отвечает на поставленные вопросы.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Боронина Е.Б. Математический анализ : учебное пособие / Боронина Е.Б.. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1745-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81022.html>
2. Завьялов О.Г. Сборник заданий по математическому анализу: учебное пособие : практикум / Завьялов О.Г.. — Челябинск : Южно-Уральский технологический университет, 2021. — 216 с. — ISBN 978-5-6044299-4-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/109149.html>
3. Кирьянова Л.В. Математический анализ. Теория числовых рядов : конспект лекций / Кирьянова Л.В., Мацеевич Т.А., Мясников А.Г.. — Москва : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018. — 103 с. — ISBN 978-5-7264-1802-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74476.html>
4. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / И.Л. Макарова [и др.].. — Сочи : Сочинский государственный университет, 2020. — 96 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/106570.html>
5. Макусева Т.Г. Математический анализ. Основные методы интегрирования : учебное пособие / Макусева Т.Г., Багоутдинова А.Г., Шемелова О.В.. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2019. — 235 с. — ISBN 978-5-4497-0068-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/85749.html>

8.2. Дополнительная учебная литература:

1. Коннова Л.П. Математический анализ. Практико-ориентированный курс с элементами кейсов : учебник для бакалавриата по направлениям подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент» / Коннова Л.П., Рылов А.А., Степанян И.К.. — Москва : Прометей, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-907100-61-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/94450.html>
2. Математический анализ для экономистов : учебное пособие / . — Новосибирск : Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», 2019. — 292 с. — ISBN 978-5-7014-0934-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95188.html>
3. Специальный курс по математическому анализу : учебное пособие / Н.Н. Газизова [и др.].. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2018. — 116 с. — ISBN 978-5-7882-2418-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95030.html>

8.3. Периодические издания

1. [Вестник Московского Университета. Математика, Механика \(msu.su\)](http://vestnik.msu.ru/)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU» <https://www.elibrary.ru> /
3. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://e.lanbook.com/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение данного курса базируется на рациональном сочетании нескольких видов учебной деятельности – лекций, семинарских занятий, самостоятельной работы. При этом самостоятельную работу следует рассматривать одним из главных звеньев полноценного высшего образования, на которую отводится значительная часть учебного времени.

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих составляющих:

1. работа с основной и дополнительной литературой, с материалами интернета и конспектами лекций;
2. внеаудиторная подготовка к контрольным работам, выполнение докладов, рефератов и курсовых работ;
3. выполнение самостоятельных практических работ;
4. подготовка к экзаменам (зачетам) непосредственно перед ними.

Для правильной организации работы необходимо учитывать порядок изучения разделов курса, находящихся в строгой логической последовательности. Поэтому хорошее усвоение одной части дисциплины является предпосылкой для успешного перехода к следующей. Задания, проблемные вопросы, предложенные для изучения дисциплины, в том числе и для самостоятельного выполнения, носят междисциплинарный характер и базируются, прежде всего, на причинно-следственных связях между компонентами окружающего нас мира. В течение семестра, необходимо подготовить рефераты (проекты) с использованием рекомендуемой основной и дополнительной литературы и сдать рефераты для проверки преподавателю. Важным составляющим в изучении данного курса является решение ситуационных задач и работа над проблемно-аналитическими заданиями, что предполагает знание соответствующей научной терминологии и т.д.

Для лучшего запоминания материала целесообразно использовать индивидуальные особенности и разные виды памяти: зрительную, слуховую, ассоциативную. Успешному запоминанию также способствует приведение ярких свидетельств и наглядных примеров. Учебный материал должен постоянно повторяться и закрепляться.

При выполнении докладов, творческих, информационных, исследовательских проектов особое внимание следует обращать на подбор источников информации и методику работы с ними.

Для успешной сдачи экзамена (зачета) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к экзамену (зачету) должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц до экзамена.
3. Время непосредственно перед экзаменом (зачетом) лучше использовать таким образом, чтобы оставить последний день свободным для повторения курса в целом, для систематизации материала и доработки отдельных вопросов.

На экзамене высокую оценку получают студенты, использующие данные, полученные в процессе выполнения самостоятельных работ, а также использующие собственные выводы на основе изученного материала.

Учитывая значительный объем теоретического материала, студентам рекомендуется регулярное посещение и подробное конспектирование лекций.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Microsoft Windows Server;
2. Семейство ОС Microsoft Windows;

3. Libre Office свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом;
4. Информационно-справочная система: Система КонсультантПлюс (КонсультантПлюс);
5. Информационно-правовое обеспечение Гарант: Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ» (Система ГАРАНТ);

Перечень используемого программного обеспечения указан в п.12 данной рабочей программы дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12.1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя, колонки, проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Система ГАРАНТ, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Acrobat Reader DC, Google Chrome, LibreOffice, Skype, Zoom.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

12.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя; компьютеры в сборе для обучающихся; колонки; проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

Windows Server 2016, Windows 10, Microsoft Office, КонсультантПлюс, Система ГАРАНТ, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Acrobat Reader DC, Google Chrome, LibreOffice, Skype, Zoom, Gimp, Paint.net, AnyLogic, Inkscape.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ

13. Образовательные технологии, используемые при освоении дисциплины

Для освоения дисциплины используются как традиционные формы занятий – лекции (типы лекций – установочная, вводная, текущая, заключительная, обзорная; виды лекций – проблемная, визуальная, лекция конференция, лекция консультация); и семинарские (практические) занятия, так и активные и интерактивные формы занятий - деловые и ролевые игры, решение ситуационных задач и разбор конкретных ситуаций.

На учебных занятиях используются технические средства обучения мультимедийной

аудитории: компьютер, монитор, колонки, настенный экран, проектор, микрофон, пакет программ Microsoft Office для демонстрации презентаций и медиафайлов, видеопроектор для демонстрации слайдов, видеосюжетов и др. Тестирование обучаемых может осуществляться с использованием компьютерного оборудования университета.

13.1. В освоении учебной дисциплины используются следующие традиционные образовательные технологии:

- чтение проблемно-информационных лекций с использованием доски и видеоматериалов;
- семинарские занятия для обсуждения, дискуссий и обмена мнениями;
- контрольные опросы;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками;
- подготовка и обсуждение рефератов (проектов), презентаций (научно-исследовательская работа);
- тестирование по основным темам дисциплины.

13.2. Активные и интерактивные методы и формы обучения

Из перечня видов: (*«мозговой штурм», анализ НПА, анализ проблемных ситуаций, анализ конкретных ситуаций, инциденты, имитация коллективной профессиональной деятельности, разыгрывание ролей, творческая работа, связанная с освоением дисциплины, ролевая игра, круглый стол, диспут, беседа, дискуссия, мини-конференция и др.*) используются следующие:

- диспут
- анализ проблемных, творческих заданий, ситуационных задач
- ролевая игра;
- круглый стол;
- мини-конференция
- дискуссия
- беседа.

13.3. Особенности обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

При организации обучения по дисциплине учитываются особенности организации взаимодействия с инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (далее – инвалиды и лица с ОВЗ) с целью обеспечения их прав. При обучении учитываются особенности их психофизического развития, индивидуальные возможности и при необходимости обеспечивается коррекция нарушений развития и социальная адаптация указанных лиц.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации студентами-инвалидами и студентами с ограниченными возможностями здоровья и т.д. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение и дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.