

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

<i>Направление подготовки</i>	Информационные системы и технологии
<i>Код</i>	09.03.02
<i>Направленность (профиль)</i>	Проектирование, разработка и сопровождение информационных систем
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

Москва
2023

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Общепрофессиональные	-	ОПК-1
Общепрофессиональные	-	ОПК - 8

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи</p> <p>УК-1.2 Выбирает ресурсы для поиска информации необходимой для решения поставленной задачи</p> <p>УК-1.3 Находит, критически анализирует, сопоставляет, систематизирует и обобщает обнаруженную информацию, определяет парадигму, в рамках которой будет решаться поставленная задача.</p> <p>УК-1.4 Выявляет системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы.</p> <p>УК-1.5 Предлагает решение(я) задачи, оценивает достоинства и недостатки (теоретические задачи), преимущества и риски (практические задачи).</p>
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	<p>ОПК-1.1 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.2 Применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.</p> <p>ОПК-1.3 Определяет возможности применения основных законов естественнонаучных дисциплин и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p> <p>ОПК-1.4 Использует математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований.</p> <p>ОПК-1.5. Применяет положение закона и методы в области естественных наук и математики</p>

		ОПК-1.6 Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики.
ОПК - 8	Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.	<p>ОПК-8.1. Разрабатывает средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные).</p> <p>ОПК-8.2. Разрабатывает средства автоматизированного проектирования информационных технологий.</p> <p>ОПК-8.3. Осуществлять организацию рабочих мест, их техническое оснащение, размещение компьютерного оборудования.</p> <p>ОПК-8.4. Применяет современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в профессиональной деятельности.</p>

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	<ul style="list-style-type: none"> - основные понятия алгебры и геометрии; - базовые понятия теории математического анализа функций; - основные признаки сходимости числовых и функциональных рядов; - основные методы интегрирования функций; - решение линейных уравнений; 	<ul style="list-style-type: none"> - решать задачи по теории пределов последовательностей и функций; - применять математические методы при решении задач; - применять математические модели профессиональных задач; - интерпретировать полученные результаты и уметь их применять их в профессиональной деятельности; 	<ul style="list-style-type: none"> - навыками решения систем линейных уравнений; - навыками вычисления производных и интегралов; - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления; - навыками практического использования математического аппарата

			математического анализа для решения конкретных задач в профессиональной деятельности.
Код компетенции	ОПК-1		
	<p>- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования;</p> <p>- законы и методы в области естественных наук и математики;</p> <p>- задачи профессиональной деятельности, законов и методов в области естественных наук и математики;</p>	<p>- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования;</p> <p>- применять положения законов и методов в области естественных наук и математики;</p>	<p>- навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности;</p> <p>- навыками анализа задач профессиональной деятельности.</p>
Код компетенции	ОПК - 8		
	<p>- Знать ключевые понятия математического анализа, включая пределы, производные, интегралы и их применение в моделировании процессов и систем.</p> <p>- Знать модели и их классификация: знать различные типы математических моделей (дискретные, непрерывные, статические, динамические) и уметь определять, какая модель подходит для решения конкретной задачи в проектировании информационных систем.</p> <p>Методы оптимизации: понимать методы оптимизации, такие как градиентный спуск и</p>	<p>- Уметь формулировать задачи проектирования информационных и автоматизированных систем с использованием математических моделей, учитывая специфические требования и ограничения.</p> <p>- Уметь использовать методы математического анализа для решения задач оптимизации и оценки эффективности проектируемых систем, включая анализ устойчивости и сходимости решений.</p> <p>Уметь анализировать и интерпретировать результаты,</p>	<p>Владеть навыками использования программных средств для численного решения задач математического анализа и моделирования (например, MATLAB, Mathematica или Python).</p> <p>Навыками документирования разработанных математических моделей позволяет обеспечить прозрачность работы и доступность информации для команды разработки.</p> <p>Владеть навыками эффективной коммуникации для представления результатов моделирования и обоснования</p>

			ия	я		ы	
1.	Числовые последовательности. Пределы числовых функций	8		13			15
2.	Непрерывные числовые функции	8		13			15
3.	Дифференцируемые числовые функции	8		13			15
4.	Исследование функций одной переменной	8		13			15
5.	Пределы векторных функций	8		13			15
6.	Непрерывные векторные функции	8		13			15
7.	Дифференцируемые векторные функции	8		13			15
8.	Некоторые приложения многомерного анализа	8		13			15
9.	Неопределенный интеграл	8		13			15
10.	Определенный интеграл	8		13			15
11.	Кратные интегралы	8		13			15
12.	Числовые ряды	8		13			15
13.	Функциональные ряды	8		16			15
14.	Степенные ряды	10		16			15,8
	Промежуточная аттестация	27,2					
	Итого	114		188			210,8

6.2 Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

6.2.1 Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание лекционного занятия
1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество R^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in R^n$. Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Внутренние и граничные точки множеств. Ограниченные, открытые, замкнутые множества. Граница множества. Проколота окрестность точки. Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа. Способы задания отображений.</p>

		<p>Образы и прообразы множеств при отображениях. Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум. Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел. Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств. Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>
2.	Пределы числовых функций	<p>Базы множеств. Примеры баз $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0+$, $x \rightarrow x_0-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$. Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Условные обозначения. Простейшие свойства пределов. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел. Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел. Существование верхней и нижней грани непустого ограниченного множества чисел. Критерий существования предела монотонной ограниченной последовательности (признак Вейерштрасса). Второй замечательный предел. Сравнение предельного поведения функций. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей/ Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела для произвольной базы. Секвенциальный критерий существования предела при $x \rightarrow x_0$</p>
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Определение и примеры. Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва. Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Понятие обратной функции для</p>

		<p>данной функции. Критерий существования обратной функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции.</p> <p>Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функции и определение их типов.</p>
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Определение и интерпретация производной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Производная как абсолютная скорость изменений и эластичность как относительная скорость изменений. Непрерывность дифференцируемых функций. Производная и арифметические операции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции. Производные основных элементарных функций.</p> <p>Точки возрастания, убывания, локального минимума и локального максимума числовой функции. Интерпретации знака производной как признак точки возрастания или убывания. Необходимое условие экстремума. Обобщенная теорема о среднем значении и её следствия: теоремы Лагранжа и Коши о среднем значении.</p> <p>Признаки монотонности функций. Смена знака производной как достаточное условие экстремума. Правило Лопиталю. Сравнение скорости возрастания функций e^x, x^a, $\ln x$ при $x \rightarrow \infty$. Исследование неопределенностей вида $0 \cdot \infty$, 0^0, 1^∞, ∞^0. Производные высших порядков. Выпуклые и вогнутые функции. Признаки выпуклости или вогнутости. Второе достаточное условие экстремума.</p> <p>Примерная схема исследования функции для построения её графика.</p> <p>Многочлены Тейлора функции в данной точке. Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Примеры применения формулы Тейлора для вычислений с заданной оценкой погрешности результата. Экстремумы, точки перегиба и производные высших порядков. Формула Маклорена для функций e^x, $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$. Доказательство формулы бинома Ньютона с помощью формулы Тейлора. Треугольник Паскаля для биномиальных коэффициентов. Формула Лейбница для производных произведения.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x, y) \in X, y = f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента.</p> <p>Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и</p>

		<p>частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции/</p> <p>Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Различные определения непрерывности векторных функций. Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Связь непрерывности векторных функций с непрерывностью их числовых компонентов. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения.</p> <p>Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества. Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Критерий замкнутости.</p> <p>Компактные множества. Эквивалентность. Лемма Больцано- Вейерштрасса.</p> <p>Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса: непрерывная на компакте числовая функция многих переменных достигает на нем свои наибольшее и наименьшее значения. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции.</p> <p>Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности непрерывных на компакте функций.</p> <p>Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции.</p> <p>Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений.</p>

		<p>Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке.</p> <p>Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций.</p> <p>Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали.</p> <p>Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования.</p> <p>Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах.</p> <p>Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки.</p> <p>Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки.</p> <p>Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции.</p> <p>Вычисление эластичности неявно заданных функций. Эластичность замещения.</p> <p>Условия зависимости системы числовых функций.</p> <p>Надграфик и подграфик функции. Выпуклые и вогнутые функции как функции с выпуклым надграфиком и подграфиком. Критерий выпуклости или вогнутости функций в форме неравенств. Строго выпуклые и строго вогнутые функции. Выпуклость множеств уровня и для выпуклых и вогнутых функций. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции. Теорема о непрерывности выпуклых функций. Критерий выпуклости или вогнутости для функций и его геометрическая интерпретация. Теорема об экстремумах выпуклых и вогнутых функций. Критерии выпуклости или вогнутости. Непрерывное продолжение выпуклых функций.</p> <p>Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода. Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу.</p>

		<p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная функции. Определения и простейшие свойства. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции.</p> <p>Непосредственное интегрирование. Простейшие методы интегрирования. Метод замены переменной в интегрировании. Метод интегрирования по частям. Основные группы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной рациональной функции с тем же знаменателем. Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Отмеченные разбиения отрезка числовой прямой. Диаметр разбиения. База на множестве всех отмеченных разбиений отрезка. Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и физическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Особенности замены переменной и формулы интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>Множества меры нуль. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл и арифметические операции. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования.</p> <p>Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы,</p>

		<p>зависящие от параметров. Интеграл с переменным верхним пределом.</p> <p>Приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения.</p> <p>Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме.</p>
11.	Кратные интегралы	<p>Отмеченные разбиения n-мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n-мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n. Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.</p>
12.	Числовые ряды	<p>Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых. Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.</p> <p>Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.</p> <p>Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Некоторые свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.</p>
13.	Функциональные ряды	<p>Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.</p>
14.	Степенные ряды	<p>Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и</p>

		Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.
--	--	--

6.2.2 Содержание практических занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание практического занятия
1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество \mathbb{R}^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in \mathbb{R}^n$. Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Внутренние и граничные точки множеств. Ограниченные, открытые, замкнутые множества. Граница множества. Проколота окрестность точки. Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа. Способы задания отображений. Образы и прообразы множеств при отображениях. Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум. Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел. Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств. Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>
2.	Пределы числовых функций	<p>Пределы числовых функций по базам: $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Первый замечательный предел.</p> <p>Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел.</p> <p>Второй замечательный предел.</p> <p>Сравнение предельного поведения функций. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций.</p> <p>Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности.</p> <p>Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты.</p>

		<p>Предел композиции функций.</p> <p>Вычисление пределов функций с использованием основных теорем о пределах. Нахождение односторонних пределов. Решение примеров на вычисление пределов функции в случае возникновения неопределенностей различных типов, отработка приемов устранения неопределенностей различных типов.</p>
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва.</p> <p>Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Критерий существования обратной функции. Исследование функций на непрерывность. Нахождение точек разрыва функции и определение их типов.</p>
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Нахождение производной функции с использованием определения понятия производной.</p> <p>Нахождение производной функции с использованием правил дифференцирования и формул производных основных элементарных функций и вычисление значений производной в заданной точке. Нахождение производной сложной функции. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная обратной функции.</p> <p>Решение задач на нахождение производных и дифференциалов функции второго, третьего и других порядков. Производные высших порядков.</p> <p>Решение задач на определение угла наклона касательной к графику функции в заданной точке. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции.</p> <p>Примерная схема исследования функции для построения её графика. Изучение алгоритма исследования функции.</p> <p>Решение задач на определение монотонности, экстремумов, кривизны функции. Нахождение асимптот функции. Построение графиков функций.</p> <p>Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталя.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x,y) \in X, y=f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента.</p> <p>Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе</p>

		<p>композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции/ Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения. Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества. Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Компактные множества. Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции. Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции. Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали. Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования. Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Критические и седловые точки. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций.</p>

		<p>Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции.</p> <p>Вычисление эластичности неявно заданных функций.</p> <p>Выпуклые и вогнутые функции</p> <p>Условные экстремумы. Принцип множителей Лагранжа.</p> <p>Рассмотрение примеров функций нескольких переменных. Решение задач на нахождение градиента функции двух переменных. Нахождение частных производных и полных дифференциалов функции двух переменных. Решение задач на определение экстремумов функции двух переменных.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.</p> <p>Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода.</p> <p>Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу.</p> <p>Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Решение задач на нахождение неопределенного интеграла с использованием основных свойств неопределенных интегралов, а также применения методов непосредственного интегрирования, замены переменной и интегрирования по частям. Отработка навыков интегрирования рациональных дробей, тригонометрических функций.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Решение задач на вычисление определенного интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница, с использованием основных свойств определенных интегралов. Решение задач на применение методов замены переменной и интегрирования по частям в определенных интегралах.</p> <p>Решение задач на составление формулы и вычисление площадей плоских фигур.</p> <p>Решение задач на вычисление несобственных интегралов с помощью критерия Коши.</p>
11.	Кратные интегралы	<p>Отмеченные разбиения n-мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n-мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n. Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.</p>
12.	Числовые ряды	<p>Арифметические операции со сходящимися рядами.</p> <p>Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых.</p>

		<p>Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.</p> <p>Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.</p>
13.	Функциональные ряды	<p>Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.</p>
14.	Степенные ряды	<p>Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.</p>

6.2.3 Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
1.	Числовые последовательности.	<p>Множество, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента. Геометрическая интерпретация нормы.</p> <p>Множество \mathbb{R}^n, сложение строк и умножение строк на вещественные числа. Норма элемента $x \in \mathbb{R}^n$. Геометрическая интерпретация нормы. Декартовы координаты точек плоскости и пространства. Внутренние и граничные точки множеств. Ограниченные, открытые, замкнутые множества. Граница множества. Проколота окрестность точки. Отображения множеств (функции). Сложение и умножение функций с числовыми значениями, умножение их на вещественные числа. Способы задания отображений. Образы и прообразы множеств при отображениях. Сюръекция, инъекция, биекция. Равномощные множества. Счетные множества. Континуум. Бесконечные множества. Бесконечность счетных множеств. Счетность бесконечных подмножеств счетных множеств, объединений счетных семейств счетных множеств, декартовых произведений счетных множеств, множества всех рациональных чисел.</p>

		<p>Несчетность континуума. Континуальность промежутков числовой прямой и всех пространств</p> <p>Элементы логики. Высказывания. Отрицание высказывания. Конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция двух высказываний.</p>
2.	Пределы числовых функций	<p>Базы множеств. Примеры баз $x \rightarrow x_0$, $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$, $n \rightarrow \infty$.</p> <p>Пределы числовых функций по данной базе. Общее определение и его интерпретация для часто встречающихся баз множеств. Бесконечно малые и бесконечно большие функция по данной базе. Условные обозначения. Простейшие свойства пределов. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух имеющих предел функций. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Первый замечательный предел. Верхние и нижние границы, верхняя и нижняя грань числового множества. Непрерывность множества вещественных чисел. Существование верхней и нижней грани непустого ограниченного множества чисел. Критерий существования предела монотонной ограниченной последовательности (признак Вейерштрасса). Второй замечательный предел.</p> <p>Сравнение предельного поведения функций. Эквивалентные функции и функции одного порядка. Примеры эквивалентных при $x \rightarrow 0$ функций. Эквивалентность многочлена старшему слагаемому при стремлении аргумента к бесконечности. Теоремы о замене эквивалентных сомножителей/</p> <p>Вертикальные и наклонные асимптоты. Критерий существования наклонной асимптоты.</p> <p>Предел композиции функций.</p> <p>Критерий Коши существования предела для произвольной базы. Секвенциальный критерий существования предела при $x \rightarrow x_0$</p> <p>Вычисление пределов функций с использованием основных теорем о пределах. Нахождение односторонних пределов. Решение примеров на вычисление пределов функции в случае возникновения неопределенностей различных типов, отработка приемов устранения неопределенностей различных типов.</p>
3.	Непрерывные числовые функции	<p>Непрерывность слева, непрерывность справа. Классификация точек разрыва.</p> <p>Переход к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывности композиции непрерывных функций. Непрерывность и арифметические операции. Непрерывность элементарных функций. Лемма о вложенных отрезках. Свойства непрерывных на отрезке функций. Локализация корней уравнения $f(x)=0$ с непрерывной левой частью. Метод интервалов для решения неравенств. Понятие обратной функции для данной функции. Критерий существования обратной</p>

		функции. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции для монотонной и непрерывной функции.
4.	Дифференцируемые числовые функции	<p>Нахождение производной функции с использованием определения понятия производной.</p> <p>Нахождение производной функции с использованием правил дифференцирования и формул производных основных элементарных функций и вычисление значений производной в заданной точке. Нахождение производной сложной функции. Решение задач на определение угла наклона касательной к графику функции в заданной точке. Решение задач на нахождение дифференциала функции.</p> <p>Решение задач на нахождение производных и дифференциалов функции второго, третьего и других порядков.</p> <p>Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталья.</p>
5.	Пределы векторных функций	<p>Векторный и координатный способы записи векторных функций. График отображения $f: X \rightarrow Y$ некоторых множеств X и Y как подмножество $\{(x, y) \in X, y = f(x) \in Y\}$ декартова произведения множеств. Изображение графика функции. Линии и поверхности уровня числовых функций векторного аргумента.</p> <p>Предел векторной функции. Связь предела векторной функции с пределами числовых компонентов данной функции. Пределы суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о пределе композиции функций. Необходимое условие существования предела векторной функции.</p> <p>Определение понятия равномерного на множестве предела. Применение полярных координат для вычисления пределов функций двух переменных. Теорема об эквивалентности условий пределов. Связь двойных пределов с повторными.</p>
6.	Непрерывные векторные функции	<p>Различные определения непрерывности векторных функций. Секвенциальный критерий непрерывности (непрерывность по Гейне). Связь непрерывности векторных функций с непрерывностью их числовых компонентов. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного векторных функций. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность композиции непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций многих переменных в любой точке области определения.</p> <p>Замкнутость дополнения открытого множества и открытость дополнения замкнутого множества. Открытость объединения любого семейства и пересечения конечного семейства открытых множеств. Замкнутость пересечения любого семейства и объединения конечного семейства замкнутых множеств. Критерий замкнутости.</p>

		<p>Компактные множества. Эквивалентность. Лемма Больцано-Вейерштрасса.</p> <p>Свойства непрерывных на компакте функций. Компактность образа компакта при непрерывном отображении. Теорема Вейерштрасса: непрерывная на компакте числовая функция многих переменных достигает на нем свои наибольшее и наименьшее значения. Линейно связные множества. Линейная связность множества значений непрерывной на линейно связном множестве функции.</p> <p>Понятие равномерной непрерывности отображения на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности непрерывных на компакте функций.</p> <p>Теорема о прообразах открытых и замкнутых множеств при непрерывном отображении. Открытые и замкнутые множества, задаваемые с помощью непрерывных функций. Компактность бюджетного множества. Функция полезности, функция спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности.</p>
7.	Дифференцируемые векторные функции	<p>Производная векторной функции одной переменной. Уравнение касательной к дифференцируемой кривой. Производная по направлению и частные производные. Матрица Якоби. Градиент функции многих переменных. Производная и дифференциал векторной функции.</p> <p>Связь производной и производной по направлению. Непрерывность дифференцируемых отображений. Непрерывность элементов матрицы Якоби в некоторой точке как достаточное условие дифференцируемости функции в этой точке.</p> <p>Производная композиции дифференцируемых функций. Производная суммы, разности, произведения и частного векторных функций.</p> <p>Градиент. Направление наискорейшего возрастания функции. Перпендикулярность градиента поверхности уровня, касательные и нормали.</p> <p>Производные высших порядков. Матрица Гессе. Независимость частных производных от последовательности дифференцирования.</p> <p>Формула Тейлора с остатком в форме Пеано, с остатком в форме Лагранжа. Формула Тейлора в дифференциалах.</p> <p>Локальные экстремумы числовых функций многих переменных. Градиент и необходимое условие экстремума. Критические и седловые точки.</p> <p>Второй дифференциал и достаточное условие экстремума или седловой точки.</p> <p>Теорема о неявной функции. Исследование заданных уравнениями кривых. Экстремумы неявно заданных функций. Теорема об обратной функции. Производные параметрически заданных функций как следствие теоремы о неявной функции.</p>

		<p>Вычисление эластичности неявно заданных функций. Эластичность замещения.</p> <p>Условия зависимости системы числовых функций.</p> <p>Надграфик и подграфик функции. Выпуклые и вогнутые функции как функции с выпуклым надграфиком и подграфиком. Критерий выпуклости или вогнутости функций в форме неравенств. Строго выпуклые и строго вогнутые функции. Выпуклость множеств уровня и для выпуклых и вогнутых функций. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции. Теорема о непрерывности выпуклых функций. Критерий выпуклости или вогнутости для функций и его геометрическая интерпретация. Теорема об экстремумах выпуклых и вогнутых функций. Критерии выпуклости или вогнутости. Непрерывное продолжение выпуклых функций.</p> <p>Условные экстремумы. Необходимое условие экстремума. Принцип множителей Лагранжа. Достаточные условия экстремума. Окаймленный гессиан. Зависимость безусловных и условных экстремумов от параметров. Теоремы об огибающей для безусловных и условных экстремумов.</p>
8.	Приложения многомерного анализа	<p>Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Теневые цены (shadow price). Свойства косвенной функции полезности. Непрерывная зависимость экстремальных значений полезности от цен и дохода. Свойства функции оптимального спроса по Маршаллу. Однородные функции. Однородность частных производных однородной функции. Теорема Эйлера об однородных функциях. Кривые Энгеля для однородной функции полезности. Поверхности уровня однородных функций.</p> <p>Свойства функции расходов. Спрос по Хиксу. Уравнение Слуцкого.</p> <p>Функции с постоянной эластичностью замещения (CES-функции).</p>
9.	Неопределенный интеграл	<p>Первообразная функции. Определения и простейшие свойства. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Примеры функций, первообразные которых существуют, но не выражаются через основные элементарные функции с помощью конечного числа арифметических операций и операций композиции функций. Структура множества первообразных заданной на промежутке функции.</p> <p>Непосредственное интегрирование. Простейшие методы интегрирования. Метод замены переменной в интегрировании. Метод интегрирования по частям. Основные группы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование рациональных функций. Возможность любую рациональную функцию единственным образом представить в виде суммы многочлена и правильной</p>

		<p>рациональной функции с тем же знаменателем. Теорема о разложении правильной рациональной функции в сумму простейших дробей. Интегрирование простейших дробей.</p> <p>Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегрирование простейших иррациональных функций. Тригонометрические подстановки в иррациональных интегралах.</p>
10.	Определенный интеграл	<p>Отмеченные разбиения отрезка числовой прямой. Диаметр разбиения. База на множестве всех отмеченных разбиений отрезка. Интегральная сумма функции. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Геометрическая и физическая интерпретации интеграла. Определенный интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Особенности замены переменной и формулы интегрирования по частям для определенного интеграла.</p> <p>Множества меры нуль. Критерий интегрируемости. Определенный интеграл и арифметические операции. Определенный интеграл как аддитивная функция промежутка интегрирования.</p> <p>Определенный интеграл и неравенства. Интегрально среднее значение функции на отрезке. Интеграл как функция переменного верхнего предела. Первообразные непрерывной функции. Интегралы, зависящие от параметров. Интеграл с переменным верхним пределом.</p> <p>Приложения определенного интеграла. Теорема об интегральном представлении функций. Площадь криволинейной трапеции. Площади фигуры в полярных координатах. Длина дуги кривой, заданной параметрически. Длина дуги графика функции и кривой в полярных координатах. Объем тела как интеграл от площади поперечного сечения. Объем тел вращения.</p> <p>Несобственный интеграл. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Сходимость абсолютно сходящихся интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов. Сравнительный признак сходимости несобственных интегралов в предельной форме.</p>
11.	Кратные интегралы	<p>Отмеченные разбиения n-мерного промежутка. Диаметр разбиения. Мера промежутка. Кратные интегралы для n-мерного промежутка. Множества меры нуль в R^n. Измеримые множества. Интегралы на измеримых множествах. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в кратном интеграле. Несобственные кратные интегралы. Интеграл Пуассона.</p>
12.	Числовые ряды	<p>Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Арифметические операции со сходящимися рядами. Независимость суммы сходящегося ряда от группировки слагаемых.</p>

		<p>Необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.</p> <p>Критерий Коши сходимости ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Сходимость абсолютно сходящегося ряда.</p> <p>Критерий сходимости рядов с неотрицательными слагаемыми. Интегральный признак сходимости. Сравнительные признаки сходимости. Признаки Даламбера и Коши сходимости рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Некоторые свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Перестановки слагаемых абсолютно и условно сходящихся рядов. Умножение рядов.</p>
13.	Функциональные ряды	<p>Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Непрерывность предела последовательности функций и суммы ряда. Интегрируемость предела последовательности функций и суммы ряда. Дифференцируемость предела последовательности функций (без доказательства) и суммы ряда.</p>
14.	Степенные ряды	<p>Равномерная сходимость степенного ряда на отрезках из области сходимости. Радиус и область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля (без доказательства). Почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Представление функций в виде суммы ряда Тейлора. Степенные ряды для некоторых элементарных функций.</p>

7. Текущий контроль по дисциплине (модулю) в рамках учебных занятий

В рамках текущего контроля преподаватель самостоятельно может проводить следующие мероприятия:

№ п/п	Контролируемые разделы (темы)	Наименование оценочного средства
1.	Числовые последовательности.	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
2.	Пределы числовых функций	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
3.	Непрерывные числовые функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
4.	Дифференцируемые числовые функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
5.	Пределы векторных функций	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
6.	Непрерывные векторные функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
7.	Дифференцируемые векторные функции	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.

8.	Приложения многомерного анализа	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
9.	Неопределенный интеграл	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
10.	Определенный интеграл	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
11.	Кратные интегралы	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
12.	Числовые ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
13.	Функциональные ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
14.	Степенные ряды	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Боронина Е.Б. Математический анализ: учебное пособие / Боронина Е.Б. — Саратов: Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1745-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81022.html>

2. Завьялов О.Г. Сборник заданий по математическому анализу: учебное пособие: практикум / Завьялов О.Г. — Челябинск: Южно-Уральский технологический университет, 2021. — 216 с. — ISBN 978-5-6044299-4-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/109149.html>

3. Кирьянова Л.В. Математический анализ. Теория числовых рядов: конспект лекций / Кирьянова Л.В., Мацевич Т.А., Мясников А.Г. — Москва: Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2018. — 103 с. — ISBN 978-5-7264-1802-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74476.html>

4. Краткий курс математического анализа: учебное пособие / И.Л. Макарова [и др.]. — Сочи: Сочинский государственный университет, 2020. — 96 с. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/106570.html>

5. Макусева Т.Г. Математический анализ. Основные методы интегрирования: учебное пособие / Макусева Т.Г., Багоутдинова А.Г., Шемелова О.В. — Саратов: Ай Пи Ар Медиа, 2019. — 235 с. — ISBN 978-5-4497-0068-1. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/85749.html>

8.2. Дополнительная учебная литература:

1. Коннова Л.П. Математический анализ. Практико-ориентированный курс с элементами кейсов: учебник для бакалавриата по направлениям подготовки 38.03.01 «Экономика» и 38.03.02 «Менеджмент» / Коннова Л.П., Рылов А.А., Степанян И.К. — Москва: Прометей, 2019. — 280 с. — ISBN 978-5-907100-61-9. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/94450.html>

2. Математический анализ для экономистов: учебное пособие. — Новосибирск: Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ», 2019. — 292 с. — ISBN 978-5-7014-0934-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95188.html>

3. Специальный курс по математическому анализу: учебное пособие / Н.Н. Газизова [и др.]. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2018. — 116 с. — ISBN 978-5-7882-2418-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95030.html>

8.3. Периодические издания

1. [Вестник Московского Университета. Математика, Механика \(msu.su\)](http://vestnik.msu.ru/)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU» <https://www.elibrary.ru/>
3. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://e.lanbook.com/>
4. Электронно-библиотечная система IPR BOOKS <https://www.iprbookshop.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение данного курса базируется на рациональном сочетании нескольких видов учебной деятельности – лекций, семинарских занятий, самостоятельной работы. При этом самостоятельную работу следует рассматривать одним из главных звеньев полноценного высшего образования, на которую отводится значительная часть учебного времени.

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих составляющих:

1. работа с основной и дополнительной литературой, с материалами интернета и конспектами лекций;
2. внеаудиторная подготовка к контрольным работам, выполнение докладов, рефератов и курсовых работ;
3. выполнение самостоятельных практических работ;
4. подготовка к экзаменам (зачетам) непосредственно перед ними.

Для правильной организации работы необходимо учитывать порядок изучения разделов курса, находящихся в строгой логической последовательности. Поэтому хорошее усвоение одной части дисциплины является предпосылкой для успешного перехода к следующей. Задания, проблемные вопросы, предложенные для изучения дисциплины, в том числе и для самостоятельного выполнения, носят междисциплинарный характер и базируются, прежде всего, на причинно-следственных связях между компонентами окружающего нас мира. В течение семестра, необходимо подготовить рефераты (проекты) с использованием рекомендуемой основной и дополнительной литературы и сдать рефераты для проверки преподавателю. Важным составляющим в изучении данного курса является решение ситуационных задач и работа над проблемно-аналитическими заданиями, что предполагает знание соответствующей научной терминологии и т.д.

Для лучшего запоминания материала целесообразно использовать индивидуальные особенности и разные виды памяти: зрительную, слуховую, ассоциативную. Успешному запоминанию также способствует приведение ярких свидетельств и наглядных примеров. Учебный материал должен постоянно повторяться и закрепляться.

При выполнении докладов, творческих, информационных, исследовательских проектов особое внимание следует обращать на подбор источников информации и методику работы с ними.

Для успешной сдачи экзамена (зачета) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к экзамену (зачету) должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начинаться не позднее, чем за месяц до экзамена.

3. Время непосредственно перед экзаменом (зачетом) лучше использовать таким образом, чтобы оставить последний день свободным для повторения курса в целом, для систематизации материала и доработки отдельных вопросов.

На экзамене высокую оценку получают студенты, использующие данные, полученные в процессе выполнения самостоятельных работ, а также использующие собственные выводы на основе изученного материала.

Учитывая значительный объем теоретического материала, студентам рекомендуется регулярное посещение и подробное конспектирование лекций.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Microsoft Windows Server;
2. Семейство ОС Microsoft Windows;
3. Libre Office свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом;
4. Информационно-справочная система: Система КонсультантПлюс (КонсультантПлюс);
5. Информационно-правовое обеспечение Гарант: Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ» (Система ГАРАНТ).

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12.1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя, колонки, проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

12.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя; компьютеры в сборе для обучающихся; колонки; проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

13. Образовательные технологии, используемые при освоении дисциплины

Для освоения дисциплины используются как традиционные формы занятий – лекции (типы лекций – установочная, вводная, текущая, заключительная, обзорная; виды лекций – проблемная, визуальная, лекция конференция, лекция консультация); и семинарские (практические) занятия, так и активные и интерактивные формы занятий - деловые и ролевые игры, решение ситуационных задач и разбор конкретных ситуаций.

На учебных занятиях используются технические средства обучения мультимедийной аудитории: компьютер, монитор, колонки, настенный экран, проектор, микрофон, пакет программ Microsoft Office для демонстрации презентаций и медиафайлов, видеопроектор для демонстрации слайдов, видеосюжетов и др. Тестирование обучаемых может осуществляться с использованием компьютерного оборудования университета.

13.1. В освоении учебной дисциплины используются следующие традиционные образовательные технологии:

- чтение проблемно-информационных лекций с использованием доски и видеоматериалов;
- семинарские занятия для обсуждения, дискуссий и обмена мнениями;
- контрольные опросы;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками;
- подготовка и обсуждение рефератов (проектов), презентаций (научно-исследовательская работа);
- тестирование по основным темам дисциплины.

13.2. Активные и интерактивные методы и формы обучения

Из перечня видов: (*«мозговой штурм», анализ НПА, анализ проблемных ситуаций, анализ конкретных ситуаций, инциденты, имитация коллективной профессиональной деятельности, разыгрывание ролей, творческая работа, связанная с освоением дисциплины, ролевая игра, круглый стол, диспут, беседа, дискуссия, мини-конференция и др.*) используются следующие:

- *диспут*
- *анализ проблемных, творческих заданий, ситуационных задач*
- *ролевая игра;*
- *круглый стол;*
- *мини-конференция*
- *дискуссия*
- *беседа.*

13.3. Особенности обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

При организации обучения по дисциплине учитываются особенности организации взаимодействия с инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (далее – инвалиды и лица с ОВЗ) с целью обеспечения их прав. При обучении учитываются особенности их психофизического развития, индивидуальные возможности и при необходимости обеспечивается коррекция нарушений развития и социальная адаптация указанных лиц.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации студентами-инвалидами и студентами с ограниченными возможностями здоровья и т.д. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в

установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение и дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Математический анализ

<i>Направление подготовки</i>	Информационные системы и технологии
<i>Код</i>	09.03.02
<i>Направленность (профиль)</i>	Проектирование, разработка и сопровождение информационных систем
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Общепрофессиональные	-	ОПК-1
Общепрофессиональные	-	ОПК - 8

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи</p> <p>УК-1.2 Выбирает ресурсы для поиска информации необходимой для решения поставленной задачи</p> <p>УК-1.3 Находит, критически анализирует, сопоставляет, систематизирует и обобщает обнаруженную информацию, определяет парадигму, в рамках которой будет решаться поставленная задача.</p> <p>УК-1.4 Выявляет системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы.</p> <p>УК-1.5 Предлагает решение(я) задачи, оценивает достоинства и недостатки (теоретические задачи), преимущества и риски (практические задачи).</p>
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	<p>ОПК-1.1 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-1.2 Применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.</p> <p>ОПК-1.3 Определяет возможности применения основных законов естественнонаучных дисциплин и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач.</p> <p>ОПК-1.4 Использует математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований.</p> <p>ОПК-1.5. Применяет положение закона и методы в области естественных наук и математики</p>

		ОПК-1.6 Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики.
ОПК - 8	Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.	<p>ОПК-8.1. Разрабатывает средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные).</p> <p>ОПК-8.2. Разрабатывает средства автоматизированного проектирования информационных технологий.</p> <p>ОПК-8.3. Осуществлять организацию рабочих мест, их техническое оснащение, размещение компьютерного оборудования.</p> <p>ОПК-8.4. Применяет современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в профессиональной деятельности.</p>

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	<ul style="list-style-type: none"> - основные понятия алгебры и геометрии; - базовые понятия теории математического анализа функций; - основные признаки сходимости числовых и функциональных рядов; - основные методы интегрирования функций; - решение линейных уравнений; 	<ul style="list-style-type: none"> - решать задачи по теории пределов последовательностей и функций; - применять математические методы при решении задач; - применять математические модели профессиональных задач; - интерпретировать полученные результаты и уметь их применять их в профессиональной деятельности; 	<ul style="list-style-type: none"> - навыками решения систем линейных уравнений; - навыками вычисления производных и интегралов; - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления; - навыками практического использования математического аппарата

			математического анализа для решения конкретных задач в профессиональной деятельности.
Код компетенции	ОПК-1		
	- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; - законы и методы в области естественных наук и математики; - задачи профессиональной деятельности, законов и методов в области естественных наук и математики;	- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования; - применять положения законов и методов в области естественных наук и математики;	- навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; - навыками анализа задач профессиональной деятельности.
Код компетенции	ОПК - 8		
	- Знать ключевые понятия математического анализа, включая пределы, производные, интегралы и их применение в моделировании процессов и систем. - Знать модели и их классификация: знать различные типы математических моделей (дискретные, непрерывные, статические, динамические) и уметь определять, какая модель подходит для решения конкретной задачи в проектировании информационных систем. Методы оптимизации: понимать методы оптимизации, такие как градиентный спуск и	- Уметь формулировать задачи проектирования информационных и автоматизированных систем с использованием математических моделей, учитывая специфические требования и ограничения. - Уметь использовать методы математического анализа для решения задач оптимизации и оценки эффективности проектируемых систем, включая анализ устойчивости и сходимости решений. Уметь анализировать и интерпретировать результаты,	Владеть навыками использования программных средств для численного решения задач математического анализа и моделирования (например, MATLAB, Mathematica или Python). Навыками документирования разработанных математических моделей позволяет обеспечить прозрачность работы и доступность информации для команды разработки. Владеть навыками эффективной коммуникации для представления результатов моделирования и обоснования

	методы Лагранжа, которые используются для нахождения оптимальных решений в рамках проектирования автоматизированных систем.	полученные в ходе моделирования, и делать выводы о целесообразности применения тех или иных решений в проектировании информационных систем.	принятых решений перед коллегами и заинтересованными сторонами.
--	---	---	---

3.2. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания	Индикаторы достижения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владеет:	- студент владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал навыки - выделения главного, - связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	- студент в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков

		<ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВОЛЕТВИТЕЛЬНО/ ЗАЧЕНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - студент ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	<ul style="list-style-type: none"> - студент в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	<ul style="list-style-type: none"> - студент владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; <p>При решении продемонстрировал недостаточность навыков</p> <ul style="list-style-type: none"> - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
Компетенция не достигнута		
НЕУДОВОЛЕТВИТЕЛЬНО/ НЕЗАЧЕНО	Знает:	<ul style="list-style-type: none"> - студент не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	студент не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым “удовлетворительно”.

При ответе на вопросы в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) допускается вольная формулировка ответа, по смыслу раскрывающая содержание ответа, указанного в фонде оценочных средств, в качестве верного ответа.

При подготовке ответа в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) обучающимся разрешается использовать калькулятор и справочные таблицы.

4. Типовые контрольные задания (закрытого, открытого и иного типа) для проведения промежуточной аттестации, необходимые для оценки достижения компетенции, соотнесенной с результатами обучения по дисциплине

1 СЕМЕСТР
УК-1

1. Найдите число элементов объединения множеств $N \cup K$, если $N = \{31, 32, 34, 35\}$ и $K = \{30, 34, 35, 36\}$.

Ответ: 6

Возможный вариант ответа: шесть

2. Найдите число элементов разности множеств $A \setminus B$, если $A = \{1; 2; 4; 6; 8; 10\}$ и $B = \{0; 2; 4; 8; 9\}$.

Ответ: 3

Возможный вариант ответа: три

3. Найдите число элементов пересечения множеств $N \cap K$, если $N = \{31, 32, 34, 35\}$ и $K = \{30, 34, 35, 36\}$.

Ответ: 2

Возможный вариант ответа: два

4. Найдите число элементов разности множеств $A \setminus B$, если $A = \{31, 32, 34, 35\}$ и

$$B = \{30, 34, 35, 36\}$$

Ответ: 2

Возможный вариант ответа: два

5. Дайте определение понятию «объединение множеств».

Ответ: Объединением множеств называют множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из этих множеств

6. Дайте определение понятию «пересечение двух множеств».

Ответ: Пересечением двух множеств называют множество, состоящее из общих элементов этих множеств

7. Дополните предложение: «Если $\{x_n\}$ - бесконечно большая последовательность и все ее члены отличны от нуля, то последовательность $\{1/x_n\}$ - бесконечно _____ последовательность». Напишите ответ в соответствующем падеже.

Ответ: малая

8. Дополните предложение: «Если $\{x_n\}$ - бесконечно малая последовательность и $x_n \neq 0$, то последовательность $\{1/x_n\}$ - бесконечно _____ последовательность». Напишите ответ в соответствующем падеже.

Ответ: большая

9. Укажите, чему равен предел числовой последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 7n^3 + 1}{n^5 + 4}$.

Ответ: 0

10. Укажите, чему равен предел числовой последовательности: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 2}{n^2 + 5n - 1}$.
Ответ: 3

11. Укажите, чему равен предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n^2}\right)^{n+1}$
Ответ: 1

12. Какому числу будет равен предел функции: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}x + \sin 2x}{x}$?
Ответ: 4

13. Какому числу будет равен предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - x}$?
Ответ: 0,5
Возможный вариант ответа: 0.5

14. Какому числу будет равен предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$. ?
Ответ: 1,5
Возможный вариант ответа: 1.5

15. Чему равно число точек разрыва функции $y = \frac{x-5}{x^3(x^2+1)(x-1)^2}$?
Ответ: 2

1 СЕМЕСТР ОПК-1

1. Чему будет равно значение a при вычислении предела

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{ax} = e^6$$

Ответ: 3

2. При каких a , функция $F(x) = \frac{a}{3}x^3 + 2x^2 + x + 1$ является первообразной для $f(x) = (2x + 1)^2$

Ответ: 4

3. Чему будет равно значение a при вычислении предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}ax}{8x} = 2$
Ответ: 16

4. Найдите значение параметра a , при котором на всей числовой прямой непрерывна функция

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{при } x \leq a, \\ 4x - 2 & \text{при } x > a \end{cases}$$

Ответ: 2

5. Найдите значение параметра a , при котором на всей числовой прямой непрерывна функция

$$f(x) = \begin{cases} 3^x - a & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x & \text{при } x > 0 \end{cases}$$

Ответ: 1

6. Чему равен градиент в точке максимума функции?

Ответ: Градиент в точке максимума функции равен 0

Возможный вариант ответа: Градиент в точке максимума функции равен нулю

Возможный вариант ответа: 0

7. Чему равен дифференциал постоянной?

Ответ: дифференциал постоянной равен 0

Возможный вариант ответа: дифференциал постоянной равен нулю

Возможный вариант ответа: 0

8. Пусть в точке x_0 нарушается условие непрерывности. Когда точка x_0 называется точкой разрыва первого рода функции $f(x)$?

Ответ: Когда существуют конечные односторонние пределы функции в этой точке.

9. Пусть в точке x_0 нарушается условие непрерывности. Когда точка x_0 называется точкой разрыва второго рода функции $f(x)$?

Ответ: Когда хотя бы один из односторонних пределов функции равен бесконечности или не существует.

10. Выберите правильный вариант ответа. Указать, какие из перечисленных функций бесконечно малые при $x \rightarrow 0$: Если функций несколько, то перечислить их через запятую и пробел по возрастанию

1. $y = \frac{1}{x}$

3. $y = \sin \frac{x}{3}$

2. $y = x^{10}$

4. $y = \frac{1}{\cos 3x}$

Ответ: 2, 3

Возможный вариант ответа: 2, 3

11. Выберите правильный вариант ответа. В каком случае не может быть применено правило Лопиталю для нахождения предела:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1+x}}{x^2 - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 3}{x^2}$

Ответ: 3

12. Выберите правильный вариант ответа. Пусть $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty$ и $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 2$, тогда точка $x=c$ является для функции $f(x)$, точкой ...

1. неустранимого разрыва первого рода

2. устранимого разрыва первого рода

3. разрыва второго рода

4. непрерывности

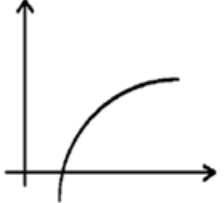

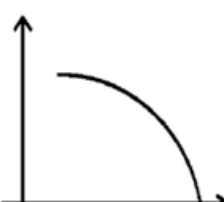
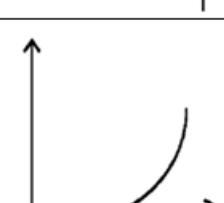
Ответ: 3) разрыва второго рода

13. Выберите правильный вариант ответа. Известно, что $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 2$; $f(c) = 2$. Тогда для функции $f(x)$ точка c является точкой...

- 1) неустранимого разрыва первого рода
- 2) устранимого разрыва первого рода
- 3) разрыва второго рода
- 4) непрерывности

Ответ: 4) непрерывности

14. Установите соответствие между графиками функций $y=f(x)$ и характеристиками этих функций:

График		Характеристика	
1		А	$f'(x) < 0$ $f''(x) < 0$
2		Б	$f'(x) < 0$ $f''(x) > 0$
3		В	$f'(x) > 0$ $f''(x) > 0$
4		Г	$f'(x) > 0$ $f''(x) < 0$

Ответ: 1Г, 2Б, 3А, 4В

15. Установите соответствие между видом функции и её названием:

Вид функции		Название	
1	$y = x^n$	А	линейная
2	$y = a^x$	Б	степенная
3	$y = \frac{k}{x}$	В	показательная
4	$y = kx + b$	Г	обратная пропорциональность

Ответ: 1Б, 2В, 3Г, 4А

**1 СЕМЕСТР
ОПК-8**

1. Чему равен предел произведения конечного числа функций?

Ответ: Предел произведения конечного числа функций равен произведению пределов этих функций.

2. Дайте определение понятию «критические точки функции».

Ответ: Это точки, в которых производная функции равна 0 или не существует.

3. Выберите правильный вариант ответа. Указать числовой промежуток, на котором

определена функция $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

- 1) $(0; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $(1; +\infty)$
- 4) $[1; +\infty)$
- 5) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Ответ: 5) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

4. Выберите правильный вариант ответа. Указать числовой промежуток, на котором

определена функция $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $(1; +\infty)$
- 4) $[1; +\infty)$

Ответ: 1) $(-\infty; +\infty)$

5. Выберите правильный вариант ответа. Указать числовой промежуток, на котором

определена функция: $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

- 1) $(0; +\infty)$
- 2) $[0; +\infty)$
- 3) $(1; +\infty)$
- 4) $[1; +\infty)$
- 5) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Ответ: 5) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

6. Выберите правильный вариант ответа. Чему равен угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в некоторой точке?

- 1) Отношению значения функции к значению аргумента в этой точке
- 2) **Значению производной функции в этой точке**
- 3) Значению функции в этой точке
- 4) Значению дифференциала функции в этой точке

Ответ: 2) Значению производной функции в этой точке

7. Выберите правильный вариант ответа. Определить точки разрыва функции $f(x) = 5^{\frac{1}{x-1}}$, указать какого они типа.

- 1) $x=0$, точка разрыва I рода
- 2) $x=1$, точка разрыва I рода
- 3) $x=0$, точка разрыва II рода
- 4) **$x=1$, точка разрыва II рода**
- 5) функция непрерывна

Ответ: 4) $x=1$, точка разрыва II рода

8. Выберите правильный вариант ответа. Определить точки разрыва функции, указать какого они типа.

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & x \geq 2 \\ x^2 + 1, & x < 2 \end{cases}$$

- 1) **$x=2$, точка разрыва I рода**
- 2) $x=0$, точка разрыва I рода
- 3) $x=0$, точка разрыва II рода
- 4) $x=2$, точка разрыва II рода
- 5) функция непрерывна

Ответ: 1) $x=2$, точка разрыва I рода

9. В виде какой формулы можно сформулировать первый замечательный предел? Выберите правильный вариант ответа.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

2. $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(1 + \alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}} = e$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

Ответ: 3

10. В виде какой формулы можно сформулировать второй замечательный предел? Выберите правильный вариант ответа.

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{x}} = e$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

Ответ: 1

11. Установите соответствие между последовательностями и формулой общего члена этой последовательности:

Последовательность		Формула общего члена последовательности	
1	$\frac{1}{7}; \frac{1}{10}; \frac{1}{13}.$	А	$a_n = \frac{1}{n \cdot (n+3)}$
2	$\frac{1}{4}; \frac{1}{10}; \frac{1}{18}.$	Б	$a_n = \frac{1}{3n+4}$
3	$\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{19}.$	В	$a_n = \frac{1}{2n^2+1}$

Ответ: 1Б, 2А, 3В

12. Установите соответствие между пределами и их значениями:

Предел		Значение предела	
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 6x + 3}{x^3 - 4x^2 + 1}$	А	∞
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^3 - 9x^2 + 1}$	Б	1
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 9x + 7}{x^2 + 6x + 1}$	В	0

Ответ: 1Б, 2В, 3А

13. Установить соответствие между функцией и характером разрыва в точке $x=0$:

Функция		Характер разрыва	
1	$y = \begin{cases} x + 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \\ 1 - x & \text{при } x < 0. \end{cases}$	А	Неустранимый разрыв первого рода
2	$y = \begin{cases} x + 1 & \text{при } x \geq 0, \\ x - 1 & \text{при } x < 0 \end{cases}$	Б	Устранимый разрыв первого рода
3	$y = \frac{1}{2x^2 - x}$	В	Разрыв второго рода

Ответ: 1Б, 2А, 3В

14. Установить соответствие между функцией и одной из её асимптотой:

Функция		Асимптота	
1	$y = \frac{1}{x}$	А	$y=x+1$ является наклонной асимптотой
2	$y = 1 + \frac{1}{x-1}$	Б	$x=0$ является вертикальной асимптотой
3	$y = \frac{x^2}{x-1}$	В	$y=1$ является горизонтальной асимптотой

Ответ: 1Б, 2В, 3А

15. Пусть функция $y=f(x)$ дважды дифференцируема. Установите соответствие между характеристиками функций и необходимыми условиями, наложенными на эти функции:

Характеристика		Необходимые условия	
1	Минимум функции $y=f(x)$ в точке x_0	А	$f''(x) < 0$
2	Максимум функции $y=f(x)$ в точке x_0	Б	$f''(x) = 0$
3	Точка перегиба функции $y=f(x)$ в точке x_0	В	$f''(x) > 0$

Ответ: 1В, 2А, 3Б

2 СЕМЕСТР

УК-1

1. Чему будет равна производная функции $y=e^{2x-4}$ в точке $x=2$?

Ответ: 2

2. Чему равна производная функции $y= -20$?

Ответ: 0

3. Чему равна $F(5)$, если $F(x)$ – первообразная функция от $f(x)=2x-5$, удовлетворяющая условию $F(0)=0$?

Ответ: 0

4. Если дифференцируемая на промежутке X функция $y=f(x)$ достигает наибольшего или наименьшего значения во внутренней точке x_0 этого промежутка, то $f'(x_0) =$

Ответ: 0

5. Дополните предложение: «Функция $f(x)$ выпукла вниз на интервале (a, b) , если $f''(x)$ _____ нуля». Напишите ответ в соответствующем падеже.

Ответ: больше

Возможный вариант: >

6. Дополните предложение: «Функция $f(x)$ выпукла вверх на интервале (a, b) , если $f''(x)$ _____ нуля». Напишите ответ в соответствующем падеже.

Ответ: меньше

Возможный вариант: <

7. Найдите и запишите производную функции $y = \frac{x+5}{x+1}$ в точке $x=1$.

Ответ: -1

8. Найдите и запишите точку минимума функции $y = 2x^3 - 24x + 3$.

Ответ: 2

9. Найдите и запишите точку максимума функции $y = -x^2 - 12x + 4$.

Ответ: -6

10. Чему равна $f(1)$, если $f(x)$ – такая функция, что $F(x) = x^3 + 5x + 1$ является ее первообразной?

Ответ: 8

11. Напишите, что характеризует производная по направлению z' ?.

Ответ: Производная по направлению z' характеризует скорость изменения функции в этом направлении.

Возможный вариант ответа: характеризует скорость изменения функции в этом направлении.

12. Дайте характеристику неопределенному интегралу от функции $f(x)$.

Ответ: Неопределенный интеграл от функций $f(x)$. – это совокупность всех первообразных данной функции.

Возможный вариант ответа: совокупность всех первообразных данной функции.

13. Чему равно значение определенного интеграла $\int_0^1 x^4 dx$?

Ответ: 0,2

Возможный вариант: 0.2

14. Чему равно значение определенного интеграла $\int_{-1}^2 (x^2 + 3) dx$?

Ответ: 12

15. Чему равно значение определенного интеграла $\int_0^1 x e^x dx$?

Ответ: 1

2 СЕМЕСТР

ОПК-1

1. Как называется функция $F(x)$ по отношению к функции $f(x)$, если $F'(x)=f(x)$?

Ответ: первообразная

Возможный вариант ответа: первообразной

2. Чему равна производная функции $y=5x-2$

Ответ: 5

3. Чему равен предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^3+1}$?

Ответ: 0

4. Найдите и запишите точку перегиба функции $y = x^3 - 24x^2 + 2x - 1$.

Ответ: 8

Обоснование: использование определения термина точки перегиба

5. Чему будет равна производная функции $y = x \cdot \cos x$ в точке $x=0$?

Ответ: 1

Обоснование: использование правила дифференцирования произведения двух функций

6. Чему будет равна производная функции $y = x \cdot e^x$ в точке $x=0$?

Ответ: 1

Обоснование: использование правила дифференцирования произведения двух функций

7. В каком случае ряд называется сходящимся?

Ответ: В том случае, если существует конечный предел последовательности частичных сумм ряда.

8. Дополните предложение: «Обобщенный гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ сходится, если a 1».

Ответ: больше

Возможный вариант: >

9. Чему равен радиус сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 9^{-n} x^{2n}$?

Ответ: 9

10. Чему равен радиус сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{5^n}$?

Ответ: 5

11. Из данных рядов выбрать сходящиеся. Если вариантов несколько, то перечислить их через запятую и пробел по возрастанию.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n$

Ответ: 1, 3

Возможный вариант: 1,3

12. Выберите правильный вариант ответа.

Известно, что ряд $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ сходится. Тогда ряд $u_4 + u_5 + \dots + u_n + \dots$

1. **сходится**

2. **расходится**

3. **может сходиться, а может расходиться**

Ответ: 1) **сходится**

13. Выберите правильный вариант ответа.

Если $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$...

а) **сходится**

б) **расходится**

в) **может сходиться, а может расходиться**

Ответ: в) **может сходиться, а может расходиться**

14. Дайте определение понятию «Несобственный интеграл 1 рода»

Ответ: Несобственный интеграл 1 рода – это определенный интеграл от непрерывной

функции, с бесконечным промежутком интегрирования

15. Дайте определение понятию «Несобственный интеграл 2 рода»

Ответ: Несобственный интеграл 2 рода – это определенный интеграл с конечным промежутком интегрирования от функции, имеющей на нем бесконечный разрыв

2 СЕМЕСТР

ОПК-8

1. Выберите правильный вариант ответа. При каком условии функция $f(x)$ имеет устранимый разрыв в точке c ?

1. $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5; \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5; f(c) = 0;$
2. $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5; \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 5; f(c) = 5;$
3. $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5; \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -\infty ;$
4. $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5; \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5; f(c) = -5.$

Ответ: 1

2. Какой вид имеет производная функции $y = \sin^4 5x$? Выберите правильный вариант ответа.

1. $20 \cdot \sin^3(5x);$
2. $20 \cdot \cos(5x) \cdot \sin^3(5x);$
3. $20 \cdot \cos^3(5x);$
4. $4 \cdot \cos^3(5x).$

Ответ: 2

3. Найдите производную функции $y = x^4 \cdot e^{5x}$. Выберите правильный вариант ответа.

1. $20x^3 \cdot e^{5x}$
2. $4x^3 \cdot e^{5x}$
3. $4x^3 \cdot e^{5x} + 5x^4 \cdot e^{5x}$
4. $20x^3 \cdot e^{5x} + x^4 \cdot e^{5x}$
5. $4x^3 + 5e^{5x}$

Ответ: 3

4. Найдите производную функции $y = x^6 \cdot \sin 2x$. Выберите правильный вариант ответа.

1. $6x^5 \cdot \cos 2x$
2. $12x^5 \cdot \cos 2x$
3. $6x^5 \cdot \sin 2x - 2x^6 \cdot \cos 2x$
4. $6x^5 \cdot \sin 2x + 2x^6 \cdot \cos 2x$

Ответ: 4

5. Дополните предложение: «Знакопеременный ряд называется *знакопеременным*, если _____».

Ответ: любые два рядом стоящие члены ряда имеют противоположные знаки.

6. Дополните предложение: «Ряд $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots + u_n + \dots$ называется *абсолютно сходящимся*, если _____».

Ответ: сходится ряд, составленный из абсолютных величин его членов.

7. Выберите правильный вариант ответа. Когда применяется метод замены переменной при

вычислении неопределенных интегралов?

- 1) Подынтегральная функция является степенной
- 2) Подынтегральное выражение содержит множители функций $\ln(x)$, $\arccos(x)$, $\arcsin(x)$
- 3) **Подынтегральная функция является сложной функцией, при этом одна из функций является производной другой функции**
- 4) Функция гиперболическая

Ответ: 3) Подынтегральная функция является сложной функцией, при этом одна из функций является производной другой функции

8. Выберите правильный вариант ответа. К какому типу принадлежит последовательность $|a_n|$,

$$a_n = \frac{n}{n+1} ?$$

заданная формулой n – го члена

- 1) **Возрастающая**
- 2) Убывающая
- 3) Неограниченная
- 4) **Ограниченная**

Ответ: 1) Возрастающая 4) Ограниченная

9. Выберите несколько верных вариантов ответов. К какому типу принадлежит последовательность $|a_n|$, заданная формулой n – го члена $a_n = (-2)^n$?

- 1) **Возрастающая**
- 2) Убывающая
- 3) **Неограниченная**
- 4) Ограниченная

Ответ:

1) Возрастающая 3) Неограниченная

10. Выберите правильный вариант ответа. Какому выражению соответствует вторая частная

производная z''_{xy} для функции $z = xy^2 + e^x$?

1. $2y + e^x$
2. $2xy + e^x$
3. $2y$
4. $2xy$

Ответ: 3

11. Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций:

Функция		Характеристика	
1	Дифференцируемая функция $f(x)$, $x \in (a; b)$, возрастает <u>на</u> $(a; b)$,	А	$f(x_0) \leq f(x)$
2	Дифференцируемая функция $f(x)$, $x \in (a; b)$, убывает <u>на</u> $(a; b)$,	Б	$f'(x) \leq 0$
3	Точка x_0 называется точкой максимума функции $y=f(x)$, для всех x из некоторой окрестности	В	$f'(x) \geq 0$
4	Точка x_0 называется точкой минимума функции $y=f(x)$, для всех x из некоторой окрестности	Г	$f(x_0) \geq f(x)$

Ответ: 1В, 2Б, 3Г, 4А

12. Установить соответствие между неопределенными интегралами или производной с их значением:

Интеграл или производная		Значение	
1	$\int dx$	А	$2x$
2	$\int x dx$	Б	1
3	$(C)'$	В	0
4	$(x)'$	Г	$x+C$
5	$(x^2)'$	Д	$\frac{x^2}{2} + C$

Ответ: 1Г, 2Д, 3В, 4Б, 5А

13. Установить соответствие между интегралом и его значением:

Неопределенный интеграл		Значение	
1	$\int \frac{dx}{x}$	А	$-\frac{1}{x} + C$
2	$\int x dx$	Б	$\frac{x^2}{2} + C$
3	$\int \frac{1}{x^2} dx$	В	$\ln x + C$

Ответ: 1В, 2Б, 3А

14. Указать метод интегрирования при вычислении неопределенного интеграла:

Неопределенный интеграл		Метод интегрирования	
1	$\int x \cos x dx$	А	Непосредственное
2	$\int \frac{2x}{x(x^2 + 5)} dx$	Б	Замены переменной
3	$\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$	В	Интегрирование по частям
4	$\int \left(x^2 - 2x + \frac{3}{x}\right) dx$	Г	Интегрирования рациональных функций

Ответ: 1В, 2Г, 3Б, 4А

15. Установите соответствие между функциями и их разложениями в степенные ряды:

Функции		Разложение в ряд	
1	e^x	А	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$
2	$\cos x$	Б	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$
3	$\sin x$	В	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$

Ответ: 1А, 2В, 3Б

3 СЕМЕСТР УК-1

1 Чему равен квадрат мнимой единицы?

- 1) 1
- 2) -1
- 3) i

Ответ: 2) -1

2 Вычислить проведение комплексных чисел $(4 + i) \cdot (3 + 2i)$?

- 1) 10-11 i
- 2) 10+11 i
- 3) 12+13 i

Ответ: 2) 10+11 i

Обоснование: правила действий с комплексными числами

3 Найти модуль комплексного числа $z=4+3i$

- 1) 25
- 2) 5 i
- 3) 5

Ответ: 3) 5

4. Найти аргумент комплексного числа $z=5+5i$, ответ дайте в градусах в промежутке $(0; 2\pi)$

- 1) 90
- 2) 180
- 3) 45

Ответ: 3) 45

5. Дополните предложение: «комплексные числа $a + bi$ и $a - bi$ называются _____». Напишите ответ в соответствующем падеже.

Ответ: сопряженными

Возможный вариант: взаимно сопряженными

Обоснование: правила действий с комплексными числами

6. Найдите точки разрыва функции $y = \frac{x+3}{x^2-5x-24}$. Если точек разрыва несколько, то перечислите их через запятую и пробел по возрастанию.

Ответ: -3,8

Возможный вариант: -3,8

7. Найдите и укажите точки разрыва функции $y = \frac{x-5}{x^2-x}$. Если точек разрыва несколько, то перечислите их через запятую и пробел по возрастанию.

Ответ: 0,1

8. Вычислить сумму комплексных чисел $(4 + i) + (3 + 2i)$ и записать его действительную часть

Ответ: 7

Обоснование: правила действий с комплексными числами

9. Какому числу будет равен угловой коэффициент наклонной асимптоты графика функции

$$y = \frac{x+3x^2}{x+2} ?$$

Ответ: 3

10. Чему будет равен угловой коэффициент наклонной асимптоты графика функции

$$y = \frac{2x-x^2}{x-1} ?$$

Ответ: -1

11. В чем состоит геометрический смысл комплексного числа $z = x + yi$

Ответ: каждому комплексному числу ставится в соответствие точка на координатной плоскости

12. Дайте определение модуля комплексного числа

Ответ: модуль это расстояние от начала координат до соответствующей точки комплексной плоскости

13. Чему равен несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} (x+1)^{-3} dx$?

Ответ: 0,5

Возможный вариант: 0.5

Обоснование: правила интегрирования

14. Чему равен несобственный интеграл $\int_3^{+\infty} \frac{6}{x^2} dx$?

Ответ: 2

Обоснование: правила интегрирования

15. Чему равен несобственный интеграл $\int_4^{+\infty} (x - 3)^{-2} dx$?

Ответ: 1

Обоснование: правила интегрирования

3 СЕМЕСТР

ОПК-1

1. С физической точки зрения, как можно рассматривать годограф вектор-функции

Ответ: это траектория движущейся в пространстве материальной точки

2. Правило вычисления предела вектор-функции?

Ответ: достаточно найти пределы координат этой функции

3 Чему равен куб мнимой единицы?

1) 1

2) - i

3) i

Ответ: 2) - i

4 Вычислить произведение двух сопряжённых комплексных чисел, если $z=5+2i$

1) $25 - 4i$

2) $25 + 4i$

3) **29**

4) 21

Ответ: 3) 29

Обоснование: правила действий с комплексными числами

5 Найти длину вектора, изображающего данное комплексное число $z=6+8i$

1) **10**

2) 100

3) 14

Ответ: 1) 10

6. Найти аргумент комплексного числа $z=-2+2i$, ответ дайте в градусах в промежутке $(0;2\pi)$

1) - 45

2) **135**

3) 45

Ответ: 2) 135

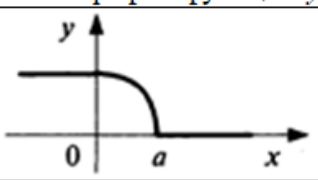
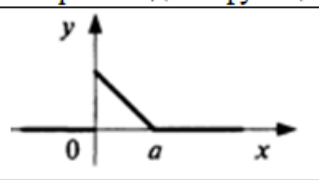
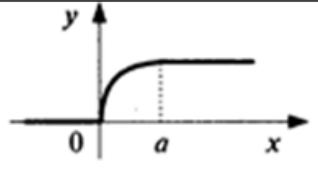
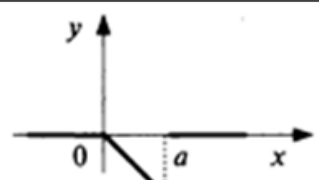
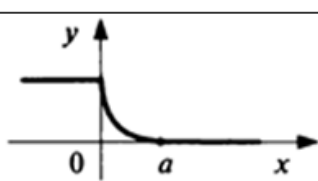
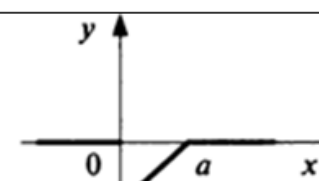
7. Дать определение, что такое механический смысл производной от вектор-функции

Ответ: это вектор мгновенной скорости перемещения материальной точки

8. Дать определение, что такое механический смысл второй производной от вектор-функции

Ответ: это вектор ускорения движения материальной точки

9. Установите соответствие между графиками функций $y=f(x)$ и их производными $y'=f'(x)$:

	График функции $y=f(x)$		Производная функции $y=f'(x)$
1		А	
2		Б	
3		В	

Соответствие: 1Б, 2А, 3В

10. Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций:

	Функция		Характеристика
1	$y = \operatorname{tg} x$	А	непрерывна при $x \in \mathbb{R}$
2	$y = \frac{1}{x^2}$	Б	точки разрыва $x = \pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$
3	$y = \sin x$	В	точка разрыва $x = 0$
4	$y = \frac{2}{x - \pi}$	Г	точка разрыва $x = \pi$

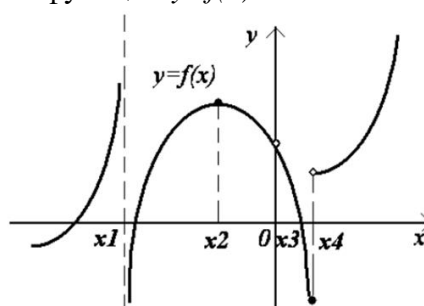
Ответ: 1Б, 2В, 3А, 4Г

11. Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций:

Функция		Характеристика	
1	$y = \frac{1}{x^2 + 1}$	А	непрерывна при $x \in \mathbb{R}$
2	$y = \frac{1}{x^2}$	Б	точка разрыва $x = -1$
3	$y = \frac{1}{x + 1}$	В	точка разрыва $x = 0$
4	$y = \frac{1}{x - 1}$	Г	точка разрыва $x = 1$

Соответствие: 1А, 2В, 3Б, 4Г

12. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$

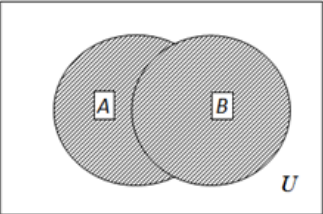


Установить соответствие между точкой x_i и непрерывностью функции в этой точке:

Точка x_i		Характеристика непрерывности функции	
1	Точка x_1	А	функция непрерывна
2	Точка x_2	Б	имеет устранимый разрыв I-го рода
3	Точка x_3	В	имеет неустранимый разрыв I-го рода
4	Точка x_4	Г	имеет разрыв II -го рода

Соответствие: 1В, 2А, 3Б, 4Г

13. Установите соответствие между изображениями операциями над множествами A и B и названиями этих операций:

Изображение операций		Название операции	
1		А	Симметрическая разность множеств
2		Б	Объединение множеств
3		В	Пересечение множеств
4		Г	Разность множеств

Соответствие: 1Б, 2В, 3Г, 4А

14. Установите соответствие между формулами для нахождения асимптот и видом асимптот графика функции $y=f(x)$:

Формула для нахождения асимптот		Вид асимптоты	
1	$x = x_0$ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$	А	наклонная
2	$y = y_0$ $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = y_0$	Б	горизонтальная
3	$y = kx + b$ $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$	В	вертикальная

Соответствие: 1В, 2Б, 3А

15. Установите соответствие между пределами и их значениями:

Предел		Значение предела	
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{k}{x}$	А	k
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} x$	Б	e
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(kx)}{kx}$	В	0
4	$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$	Г	∞

Соответствие: 1В, 2Г, 3А, 4Б

3 СЕМЕСТР ОПК-8

1. Выберите правильный вариант ответа. Что такое градиент функции?

1. Производная функции одной переменной.

2. Вектор, координаты которого равны соответствующим частным производным

3. Вектор, компоненты которого равны интегралам по всем её аргументам.

4. Функция, которая принимает вещественные числа и возвращает вещественное число.

Ответ: 2. Вектор, координаты которого равны соответствующим частным производным

2. Выберите правильный вариант ответа. Что представляет собой мнимая единица i ?

1) число, квадрат которого равен -1

2) число, квадратный корень из которого равен 1

3) число, куб которого равен -1

Ответ: 1) число, квадрат которого равен -1

3. Выберите правильный вариант ответа. Необходимые условия дифференцируемости комплексной функции. Условие Коши-Римана

1. $\partial u / \partial x = -\partial v / \partial y$ и $\partial u / \partial y = \partial v / \partial x$

2. $\partial u / \partial x = -\partial v / \partial y$ и $\partial u / \partial y = -\partial v / \partial x$

3. $\partial u / \partial x = \partial v / \partial y$ и $\partial u / \partial y = -\partial v / \partial x$

4 $\partial u / \partial x = \partial v / \partial y$ и $\partial u / \partial y = \partial v / \partial x$

Ответ: 3. $\partial u / \partial x = \partial v / \partial y$ и $\partial u / \partial y = -\partial v / \partial x$

4. Чему равна производная комплексной функции

$$f(z) = 3z^2 - iz$$

Выберите правильный вариант ответа

1) $6z - i$

2) $6z + i$

3) $6z$

4) $6z + iz$

Ответ: 1) $6z - i$

Обоснование: условия дифференцируемости комплексной функции

5 Какой вид имеет производная функции $y = \frac{x^3}{\sin x}$? Выберите правильный вариант ответа.

1. $\frac{3x^2}{\cos x}$

3. $\frac{3x^2 \sin x - x^3 \cos x}{\sin^2 x}$

2. $\frac{3x^2 \cos x}{\sin^2 x}$

4. $\frac{-3x^2 \cos x + x^3 \sin x}{\cos x}$

Ответ: 3

6 Чему равно значение определенного интеграла $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$?

Ответ: 0,25

Возможный вариант: 0.25

7. Установить соответствие между функциями и их предельным значением:

Функция		Предельное значение	
1	$y = \frac{x}{x^2 + 1}$	А	бесконечно большая отрицательная при $x \rightarrow l$
2	$y = \ln(x - 1)$	Б	бесконечно малая при $x \rightarrow \infty$
3	$y = 5^{x-1}$	В	бесконечно большая при $x \rightarrow \infty$

Соответствие: 1Б, 2А, 3В

8. Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций на отрезке $[0; 1]$:

Функция		Характеристика	
1	$y = -1 - 12x$	А	функция убывает на отрезке $[0; 1]$
2	$y = -3x^2 + 12x - 7$	Б	функция принимает положительное значение в каждой точке отрезка $[0; 1]$ и возрастает на этом отрезке
3	$y = x^2 - 4x + 2$	В	функция возрастает на отрезке $[0; 1]$
4	$y = 2x + 6$	Г	функция принимает отрицательное значение в каждой точке отрезка $[0; 1]$ и убывает на этом отрезке

Соответствие: 1Г, 2А, 3В, 4Б

9. Пусть функция $y=f(x)$ дважды дифференцируема. Установите соответствие между характеристиками функций и необходимыми условиями, наложенными на эти функции:

Характеристика		Необходимые условия	
1	Минимум функции $y=f(x)$ в точке x_0	А	$f''(x) < 0$
2	Максимум функции $y=f(x)$ в точке x_0	Б	$f''(x) = 0$
3	Точка перегиба функции $y=f(x)$ в точке x_0	В	$f''(x) > 0$

Соответствие: 1В, 2А, 3Б

10. Установите соответствие между пределами функций и типом неопределенности:

Предел функции		Неопределенность	
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^4}{x^5 + x^6}$	А	$\frac{0}{0}$
2	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$	Б	$\frac{\infty}{\infty}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5x}\right)^x$	В	1^∞
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x} - x)$	Г	$\infty - \infty$

Соответствие: 1Б, 2А, 3В, 4Г

11. Установить соответствие между функцией и определением ее на четность.

Функция		Четность (нечетность) функции	
1	$y = \frac{4}{x^2 - 9}$	А	Общего вида
2	$y = 5x^3 + 3x$	Б	нечетная
3	$y = x^4 - x$	В	четная

Соответствие: 1В, 2Б, 3А

12. Установить соответствие между пределом функции и его значением, если известно, что

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$$

Предел функции		Значение предела функции	
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$	А	∞
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$	Б	0
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot x$		

Соответствие 1Б, 2А, 3А

13. Установить соответствие между пределом функции и его значением, если известно, что

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

Предел функции		Значение предела функции	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$	А	∞
2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$	Б	0
3	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot x$		

Соответствие 1Б, 2А, 3Б

14. Установить соответствие между пределом функции и его значением, если известно, что

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$$

Предел функции		Значение предела функции	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$	А	∞
2	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$	Б	0
3	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \cdot x$		

Соответствие 1А, 2Б, 3А

15. Установить соответствие между неопределенными интегралами и разложениями подынтегральных функций на элементарные дроби:

Неопределенный интеграл		Разложениями подынтегральных функций	
1	$\frac{2x - 1}{x^2(x + 5)}$	А	$\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2} + \frac{Dx + E}{x^2 + 5}$
2	$\frac{2x - 1}{x^2(x^2 + 5)}$	Б	$\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x + 5}$
3	$\frac{2x - 1}{x(x^2 + 5)}$	В	$\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{Cx + D}{x^2 + 5}$
		Г	$\frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 5}$

Соответствие 1Б, 2В, 3Г