

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

<i>Направление подготовки</i>	Информационные системы и технологии
<i>Код</i>	09.03.02
<i>Направленность (профиль)</i>	Проектирование, разработка и сопровождение информационных систем
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Универсальные	-	УК-2
Общепрофессиональные	-	ОПК-1

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи УК-1.2 Выбирает ресурсы для поиска информации необходимой для решения поставленной задачи УК-1.3 Находит, критически анализирует, сопоставляет, систематизирует и обобщает обнаруженную информацию, определяет парадигму, в рамках которой будет решаться поставленная задача. УК-1.4 Выявляет системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы. УК-1.5 Предлагает решение(я) задачи, оценивает достоинства и недостатки (теоретические задачи), преимущества и риски (практические задачи).
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Участвует в разработке проекта, определении его конечной цели, исходя из действующих правовых норм УК-2.2. Решает поставленную перед ним подцель проекта, через формулирование конкретных задач. УК-2.3. Учитывает при решении поставленных задач трудовые и материальные ресурсы, ограничения проекта - сроки, стоимость, содержание. УК-2.4. Реализует внутренние и внешние взаимодействия, предупреждает и разрешает конфликты УК-2.5. Владеет навыками работы оформления документации, публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта или проекта в целом
ОПК-1	Способен применять	ОПК-1.1 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в

	естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	профессиональной деятельности. ОПК-1.2. Применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования. ОПК-1.3. Определяет возможности применения основных законов естественнонаучных дисциплин и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач. ОПК-1.4. Использует математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований. ОПК-1.5. Применяет положение закона и методы в области естественных наук и математики ОПК-1.6. Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики.
--	--	---

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	- основные понятия алгебры и геометрии; - базовые понятия теории математического анализа функций; - основные признаки сходимости числовых и функциональных рядов; - основные методы интегрирования функций; - решение линейных уравнений;	- решать задачи по теории пределов последовательностей и функций; - применять математические методы при решении задач; - применять математические модели профессиональных задач; - интерпретировать полученные результаты и уметь их применять их в профессиональной деятельности;	- навыками решения систем линейных уравнений; - навыками вычисления производных и интегралов; - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления; - навыками практического использования математического аппарата математического анализа для решения

			конкретных задач в профессиональной деятельности.
Код компетенции	УК-2		
	- Принципы сбора и анализа требований, учитывая бизнес-потребности и возможности технической реализации - Инструменты и технологии, используемые в бизнес-аналитике, для эффективной работы с данными - Методы моделирования бизнес-процессов для оптимизации и улучшения бизнес-процессов - Основы работы с базами данных в контексте бизнес-аналитики для анализа и извлечения информации - Принципы документирования и представления результатов анализа с учетом потребностей заказчика - Техники визуализации данных для наглядного представления информации и выявления важных трендов и паттернов - Процессы проектирования и управления проектами в бизнес-аналитике, включая понимание сроков, бюджетов и ограничений.	- Определять круг задач в рамках поставленной цели, учитывая действующие правовые нормы, имеющиеся ресурсы и ограничения - Выбирать оптимальные способы решения задач на основе имеющихся данных и ресурсов - Принимать во внимание бизнес-контекст и технические возможности при поиске решений - Учитывать потребности заказчика и эффективно общаться с ним для успешного выполнения поставленной задачи - Работать в команде, учитывая мнения и позиции различных участников проекта.	- Умение анализировать поставленные задачи и определять оптимальные способы их решения, учитывая правовые нормы, имеющиеся ресурсы и ограничения - Навыки эффективного сбора и анализа требований, адаптированные под конкретные условия проекта - Навыки работы с базами данных, их анализа и использования для получения ценной информации - Навыки визуализации данных с использованием современных инструментов и техник для удобства интерпретации информации - Также студенты должны быть готовы к применению методов Agile и других подходов к управлению проектами в контексте бизнес-аналитики для достижения лучших результатов - Умение эффективно коммуницировать и работать в команде в рамках проекта, учитывая различные точки зрения и интересы.

Код компетенции	ОПК-1		
	- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; - законы и методы в области естественных наук и математики; - задачи профессиональной деятельности, законов и методов в области естественных наук и математики;	- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования; - применять положения законов и методов в области естественных наук и математики;	- навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; - навыками анализа задач профессиональной деятельности.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части учебного плана ОПОП.

Данная дисциплина взаимосвязана с другими дисциплинами, такими как «Математический анализ», «Численные методы», «Дифференциальные уравнения».

В рамках освоения программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: научно-исследовательский, производственно-технологический, организационно-управленческий, проектный.

Профиль (направленность) программы установлена путем ее ориентации на сферу профессиональной деятельности выпускников: проектирование, разработка и сопровождение информационных систем.

5. Объем дисциплины

Виды учебной работы	Формы обучения
	Очная
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	7/252
Контактная работа:	
Занятия лекционного типа	76
Занятия семинарского типа	76
Промежуточная аттестация: экзамен	54
Самостоятельная работа (СРС)	46

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам / разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

6.1. Распределение часов по разделам/темам и видам работы

6.1.1. Очная форма обучения

№ п/	Раздел/тема	Виды учебной работы (в часах)	
		Контактная работа	Самост

п		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				оательн ая работа
		Лекции	Иные учебные занятия	Практические занятия	Семинары	Лабораторные работы	Иные	
1.	Матрицы	10		10				5
2.	Определитель	8		8				5
3.	Ранг матрицы	8		8				5
4.	Линейные операторы	8		8				5
5.	Системы линейных уравнений	10		10				5
6.	Уравнения плоскости и прямой в пространстве	8		8				5
7.	Элементы векторной алгебры	8		8				5
8.	Элементы аналитической геометрии	8		8				5
9.	Применение элементов линейной алгебры в экономике	8		8				6
	Промежуточная аттестация	54						
	Итого	76		76				46

6.2 Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

6.2.1 *Содержание лекционного курса*

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание лекционного занятия
1.	Матрицы	Матрицы. Операции над матрицами. Частные виды матриц. Обратная матрица и ее вычисление. Элементарные преобразования матриц. Обратимость элементарных преобразований. Приведение матриц к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Матричная запись системы уравнений. Свойства арифметических операций над матрицами. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Характеристические уравнения матрицы.

2.	Определитель	Определители. Определитель n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.
3.	Ранг матрицы	Определение ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно элементарных преобразований.
4.	Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Метод Зейделя. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение матричных уравнений. Метод обратной матрицы. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Векторная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы линейных неоднородных уравнений.
5.	Элементы матричного анализа	Векторные пространства. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств. Подпространство, критерий подпространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора. Размерность векторного пространства. Прямоугольная система координат на плоскости. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
6.	Линейные операторы	Линейные операторы. Линейные операторы и их матрицы. Определение и примеры. Операции над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Характеристический многочлен, его инвариантность относительно выбора базиса.
7.	Элементы векторной алгебры	Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Преобразование координат точки при замене системы координат. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Ортогональный базис. Разложение вектора по ортогональному базису. Процесс ортогонализации. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Простейшие свойства линейно зависимых векторов. Базис и координаты векторов. Существование базиса конечномерного пространства. Размерность линейного пространства.
8.	Элементы аналитической геометрии	Уравнение линии. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Различные формы уравнения плоскости и уравнения прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности вектора и плоскости.

		Расстояние от точки до прямой. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$. Геометрический смысл знака многочлена $Ax+By+Cz+D$. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола. Их определения, геометрические свойства и канонические уравнения.
9.	Применение элементов линейной алгебры в экономике	Использование алгебры матриц. Использование систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Экономико-математическая модель межотраслевого баланса. Применение балансового метода в анализе экономических показателей. Линейная модель торговли. Структурная матрица торговли.

6.2.2 Содержание практических занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание практического занятия
1.	Матрицы	Матрицы. Операции над матрицами. Частные виды матриц. Обратная матрица и ее вычисление. Элементарные преобразования матриц. Обратимость элементарных преобразований. Приведение матриц к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Матричная запись системы уравнений. Свойства арифметических операций над матрицами. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Характеристические уравнения матрицы
2.	Определитель	Вычисление определителей разложением по элементам строки или столбца и приведением к треугольному виду. Использование свойств определителей.
3.	Ранг матрицы	Определение ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно элементарных преобразований.
4.	Системы линейных уравнений	Решение линейных матричных уравнений. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Зейделя. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Структура общего решения системы линейных уравнений.
5.	Элементы матричного анализа	Векторные пространства и подпространства. Примеры пространств и подпространств, нахождение их размерностей. Проверка линейной зависимости векторов.

		Нахождение базиса и ранга системы векторов, координат вектора в данном базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат при изменении базиса.
6.	Линейные операторы	Примеры линейных и нелинейных операторов. Нахождение матрицы линейного оператора. Преобразование матрицы оператора при изменении базиса. Нахождение собственных значений и собственных векторов линейного оператора.
7.	Элементы векторной алгебры	Примеры евклидовых пространств и ортогональных базисов в них. Разложения по ортогональному базису. Процесс ортогонализации системы векторов.
8.	Элементы аналитической геометрии	Уравнения линий на плоскости: явные, неявные, параметрические. Классификация линий. Различные виды уравнений прямой на плоскости: общее, канонические, параметрические, с угловым коэффициентом. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола, пара прямых. Построение линий второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве. Анализ взаимного расположения прямых и плоскостей по их уравнениям.
9.	Применение элементов линейной алгебры в экономике	Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Экономико-математическая модель межотраслевого баланса. Применение балансового метода в анализе экономических показателей. Линейная модель торговли. Структурная матрица торговли.

6.2.3 Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
1.	Матрицы	Матрицы. Операции над матрицами. Частные виды матриц. Обратная матрица и ее вычисление. Элементарные преобразования матриц. Обратимость элементарных преобразований. Приведение матриц к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Матричная запись системы уравнений. Свойства арифметических операций над матрицами. Обратная матрица. Построение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Характеристические уравнения матрицы.
2.	Определитель	Определители. Определитель n -го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.
3.	Ранг матрицы	Определение ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Инвариантность ранга матрицы относительно элементарных преобразований.
4.	Системы линейных	Основные понятия и определения. Элементарные

	уравнений	преобразования систем линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Метод Жордана-Гаусса. Метод Зейделя. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение матричных уравнений. Метод обратной матрицы. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Векторная запись системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Структура множества решений системы линейных неоднородных уравнений.
5.	Элементы матричного анализа	Векторные пространства. Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств. Подпространство, критерий подпространства. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора. Размерность векторного пространства. Прямоугольная система координат на плоскости. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского.
6.	Линейные операторы	Линейные операторы. Линейные операторы и их матрицы. Определение и примеры. Операции над линейными операторами. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Характеристический многочлен, его инвариантность относительно выбора базиса.
7.	Элементы векторной алгебры	Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Преобразование координат точки при замене системы координат. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. Ортогональный базис. Разложение вектора по ортогональному базису. Процесс ортогонализации. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Простейшие следствия аксиом линейного пространства. Подпространство линейного пространства. Простейшие свойства линейно зависимых векторов. Базис и координаты векторов. Существование базиса конечномерного пространства. Размерность линейного пространства.
8.	Элементы аналитической геометрии	Уравнение линии. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Различные формы уравнения плоскости и уравнения прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности вектора и плоскости. Расстояние от точки до прямой. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax+By+C$. Геометрический смысл знака многочлена $Ax+By+Cz+D$. Взаимное расположение двух и трех

		плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых. Кривые второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола. Их определения, геометрические свойства и канонические уравнения.
9.	Применение элементов линейной алгебры в экономике	Использование алгебры матриц. Использование систем линейных алгебраических уравнений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ). Экономико-математическая модель межотраслевого баланса. Применение балансового метода в анализе экономических показателей. Линейная модель торговли. Структурная матрица торговли.

7. Текущий контроль по дисциплине (модулю) в рамках учебных занятий

В рамках текущего контроля преподаватель самостоятельно может проводить следующие мероприятия:

№ п/п	Контролируемые разделы (темы)	Наименование оценочного средства
1.	Матрицы	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
2.	Определитель	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
3.	Ранг матрицы	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
4.	Системы линейных уравнений	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
5.	Элементы матричного анализа	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
6.	Линейные операторы	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
7.	Элементы векторной алгебры	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
8.	Элементы аналитической геометрии	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.
9.	Применение элементов линейной алгебры в экономике	Опрос, проблемно-аналитическое задание, тестирование.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Березина Н.А. Линейная алгебра: учебное пособие / Березина Н.А. — Саратов: Научная книга, 2019. — 125 с. — ISBN 978-5-9758-1741-9. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/80988.html>

2. Богун В.В. Линейная алгебра: дистанционные динамические расчетные проекты: учебное пособие / Богун В.В. — Саратов: Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 80 с. — ISBN 978-5-

4497-0408-5. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92636.html>

3. Михин М.Н. Линейная алгебра. Ч. 1. Матрицы и определители: учебное пособие / Михин М.Н., Курдина С.П. — Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 106 с. — ISBN 978-5-4497-1349-0 (ч. 1), 978-5-4497-1402-2. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/111179.html>

8.2. Дополнительная учебная литература:

1. Титов А.Н. Решение задач линейной алгебры и прикладной математики в среде Scilab: учебно-методическое пособие / Титов А.Н., Тазиева Р.Ф. — Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2020. — 100 с. — ISBN 978-5-7882-2814-3. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/109592.html>

2. Окунева Г.Л. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия: учебное пособие / Окунева Г.Л., Польшина Л.Б., Овчарова Н.В. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2020. — 88 с. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/110191.html>

8.3. Периодические издания

1. [Вестник Московского Университета. Математика, Механика \(msu.su\)](http://vestnik.msu.ru)

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU» <https://www.elibrary.ru> /
3. Электронно-библиотечная система ЛАНЬ <https://e.lanbook.com/>
4. Электронно-библиотечная система IPR BOOKS <https://www.iprbookshop.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение данного курса базируется на рациональном сочетании нескольких видов учебной деятельности – лекций, семинарских занятий, самостоятельной работы. При этом самостоятельную работу следует рассматривать одним из главных звеньев полноценного высшего образования, на которую отводится значительная часть учебного времени.

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих составляющих:

1. работа с основной и дополнительной литературой, с материалами интернета и конспектами лекций;
2. внеаудиторная подготовка к контрольным работам, выполнение докладов, рефератов и курсовых работ;
3. выполнение самостоятельных практических работ;
4. подготовка к экзаменам (зачетам) непосредственно перед ними.

Для правильной организации работы необходимо учитывать порядок изучения разделов курса, находящихся в строгой логической последовательности. Поэтому хорошее усвоение одной части дисциплины является предпосылкой для успешного перехода к следующей. Задания, проблемные вопросы, предложенные для изучения дисциплины, в том числе и для самостоятельного выполнения, носят междисциплинарный характер и базируются, прежде всего, на причинно-следственных связях между компонентами

окружающего нас мира. В течение семестра, необходимо подготовить рефераты (проекты) с использованием рекомендуемой основной и дополнительной литературы и сдать рефераты для проверки преподавателю. Важным составляющим в изучении данного курса является решение ситуационных задач и работа над проблемно-аналитическими заданиями, что предполагает знание соответствующей научной терминологии и т.д.

Для лучшего запоминания материала целесообразно использовать индивидуальные особенности и разные виды памяти: зрительную, слуховую, ассоциативную. Успешному запоминанию также способствует приведение ярких свидетельств и наглядных примеров. Учебный материал должен постоянно повторяться и закрепляться.

При выполнении докладов, творческих, информационных, исследовательских проектов особое внимание следует обращать на подбор источников информации и методику работы с ними.

Для успешной сдачи экзамена (зачета) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к экзамену (зачету) должна проводиться систематически, в течение всего семестра.

2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц до экзамена.

3. Время непосредственно перед экзаменом (зачетом) лучше использовать таким образом, чтобы оставить последний день свободным для повторения курса в целом, для систематизации материала и доработки отдельных вопросов.

На экзамене высокую оценку получают студенты, использующие данные, полученные в процессе выполнения самостоятельных работ, а также использующие собственные выводы на основе изученного материала.

Учитывая значительный объем теоретического материала, студентам рекомендуется регулярное посещение и подробное конспектирование лекций.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Microsoft Windows Server;
2. Семейство ОС Microsoft Windows;
3. Libre Office свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом;
4. Информационно-справочная система: Система КонсультантПлюс (КонсультантПлюс);
5. Информационно-правовое обеспечение Гарант: Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ» (Система ГАРАНТ);

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12.1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя, колонки, проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

12.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; комплект мебели для преподавателя; доска (маркерная).

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя; компьютеры в сборе для обучающихся; колонки; проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства: Windows 10, КонсультантПлюс, Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Adobe Reader, Yandex Browser, пакет LibreOffice, МТС Линк, Gimp, FreeCAD.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

13. Образовательные технологии, используемые при освоении дисциплины

Для освоения дисциплины используются как традиционные формы занятий – лекции (типы лекций – установочная, вводная, текущая, заключительная, обзорная; виды лекций – проблемная, визуальная, лекция конференция, лекция консультация); и семинарские (практические) занятия, так и активные и интерактивные формы занятий - деловые и ролевые игры, решение ситуационных задач и разбор конкретных ситуаций.

На учебных занятиях используются технические средства обучения мультимедийной аудитории: компьютер, монитор, колонки, настенный экран, проектор, микрофон, пакет программ Microsoft Office для демонстрации презентаций и медиафайлов, видеопроектор для демонстрации слайдов, видеосюжетов и др. Тестирование обучаемых может осуществляться с использованием компьютерного оборудования университета.

13.1. В освоении учебной дисциплины используются следующие традиционные образовательные технологии:

- чтение проблемно-информационных лекций с использованием доски и видеоматериалов;
- семинарские занятия для обсуждения, дискуссий и обмена мнениями;
- контрольные опросы;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками;
- подготовка и обсуждение рефератов (проектов), презентаций (научно-исследовательская работа);
- тестирование по основным темам дисциплины.

13.2. Активные и интерактивные методы и формы обучения

Из перечня видов: (*«мозговой штурм», анализ НПА, анализ проблемных ситуаций, анализ конкретных ситуаций, инциденты, имитация коллективной профессиональной деятельности, разыгрывание ролей, творческая работа, связанная с освоением дисциплины, ролевая игра, круглый стол, диспут, беседа, дискуссия, мини-конференция и др.*) используются следующие:

- диспут
- анализ проблемных, творческих заданий, ситуационных задач
- ролевая игра;

- *круглый стол;*
- *мини-конференция*
- *дискуссия*
- *беседа.*

13.3. Особенности обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

При организации обучения по дисциплине учитываются особенности организации взаимодействия с инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (далее – инвалиды и лица с ОВЗ) с целью обеспечения их прав. При обучении учитываются особенности их психофизического развития, индивидуальные возможности и при необходимости обеспечивается коррекция нарушений развития и социальная адаптация указанных лиц.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации студентов-инвалидов и студентов с ограниченными возможностями здоровья и т.д. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение и дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Линейная алгебра

<i>Направление подготовки</i>	Информационные системы и технологии
<i>Код</i>	09.03.02
<i>Направленность (профиль)</i>	Проектирование, разработка и сопровождение информационных систем
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Универсальные	-	УК-2
Общепрофессиональные	-	ОПК-1

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи УК-1.2 Выбирает ресурсы для поиска информации необходимой для решения поставленной задачи УК-1.3 Находит, критически анализирует, сопоставляет, систематизирует и обобщает обнаруженную информацию, определяет парадигму, в рамках которой будет решаться поставленная задача. УК-1.4 Выявляет системные связи и отношения между изучаемыми явлениями, процессами и/или объектами на основе принятой парадигмы. УК-1.5 Предлагает решение(я) задачи, оценивает достоинства и недостатки (теоретические задачи), преимущества и риски (практические задачи).
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Участвует в разработке проекта, определении его конечной цели, исходя из действующих правовых норм УК-2.2. Решает поставленную перед ним подцель проекта, через формулирование конкретных задач. УК-2.3. Учитывает при решении поставленных задач трудовые и материальные ресурсы, ограничения проекта - сроки, стоимость, содержание. УК-2.4. Реализует внутренние и внешние взаимодействия, предупреждает и разрешает конфликты УК-2.5. Владеет навыками работы оформления документации, публично представляет результаты решения конкретной задачи проекта или проекта в целом
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные	ОПК-1.1 Использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности.

е и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ОПК-1.2 Применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования. ОПК-1.3 Определяет возможности применения основных законов естественнонаучных дисциплин и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач. ОПК-1.4 Использует математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований. ОПК-1.5. Применяет положение закона и методы в области естественных наук и математики ОПК-1.6 Анализирует задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики.
--	--

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки).

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	- основные понятия алгебры и геометрии; - базовые понятия теории математического анализа функций; - основные признаки сходимости числовых и функциональных рядов; - основные методы интегрирования функций; - решение линейных уравнений;	- решать задачи по теории пределов последовательностей и функций; - применять математические методы при решении задач; - применять математические модели профессиональных задач; - интерпретировать полученные результаты и уметь их применять их в профессиональной деятельности;	- навыками решения систем линейных уравнений; - навыками вычисления производных и интегралов; - навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления; - навыками практического использования математического аппарата математического анализа для решения конкретных задач в

			профессиональной деятельности.
Код компетенции	УК-2		
	- Принципы сбора и анализа требований, учитывая бизнес-потребности и возможности технической реализации - Инструменты и технологии, используемые в бизнес-аналитике, для эффективной работы с данными - Методы моделирования бизнес-процессов для оптимизации и улучшения бизнес-процессов - Основы работы с базами данных в контексте бизнес-аналитики для анализа и извлечения информации - Принципы документирования и представления результатов анализа с учетом потребностей заказчика - Техники визуализации данных для наглядного представления информации и выявления важных трендов и паттернов - Процессы проектирования и управления проектами в бизнес-аналитике, включая понимание сроков, бюджетов и ограничений.	- Определять круг задач в рамках поставленной цели, учитывая действующие правовые нормы, имеющиеся ресурсы и ограничения - Выбирать оптимальные способы решения задач на основе имеющихся данных и ресурсов - Принимать во внимание бизнес-контекст и технические возможности при поиске решений - Учитывать потребности заказчика и эффективно общаться с ним для успешного выполнения поставленной задачи - Работать в команде, учитывая мнения и позиции различных участников проекта.	- Умение анализировать поставленные задачи и определять оптимальные способы их решения, учитывая правовые нормы, имеющиеся ресурсы и ограничения - Навыки эффективного сбора и анализа требований, адаптированные под конкретные условия проекта - Навыки работы с базами данных, их анализа и использования для получения ценной информации - Навыки визуализации данных с использованием современных инструментов и техник для удобства интерпретации информации - Также студенты должны быть готовы к применению методов Agile и других подходов к управлению проектами в контексте бизнес-аналитики для достижения лучших результатов - Умение эффективно коммуницировать и работать в команде в рамках проекта, учитывая различные точки зрения и интересы.
Код компетенции	ОПК-1		

	- основы математики, физики, вычислительной техники и программирования; - законы и методы в области естественных наук и математики; - задачи профессиональной деятельности, законов и методов в области естественных наук и математики;	- решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и инженерных знаний, методов математического анализа и моделирования; - применять положения законов и методов в области естественных наук и математики;	- навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; - навыками анализа задач профессиональной деятельности.
--	---	--	--

3.2. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания	Индикаторы достижения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владеет:	- студент владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; - При решении продемонстрировал навыки - выделения главного, - связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	- студент в целом владеет рациональными методами решения

		сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	- студент в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	- студент владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал недостаточность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
Компетенция не достигнута		
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО/НЕЗАЧТЕНО	Знает:	- студент не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	студент не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым “удовлетворительно”.

При ответе на вопросы в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) допускается вольная формулировка ответа, по смыслу раскрывающая содержание ответа, указанного в фонде оценочных средств, в качестве верного ответа.

При подготовке ответа в рамках прохождения промежуточной аттестации (зачет/зачет с оценкой/ экзамен) обучающимся разрешается использовать калькулятор и справочные таблицы.

4. Типовые контрольные задания (закрытого, открытого и иного типа) для проведения промежуточной аттестации, необходимые для оценки достижения компетенции, соотнесенной с результатами обучения по дисциплине

1 СЕМЕСТР УК-1

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

1. Определите, чему равен определитель матрицы M

Ответ: 0

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 10 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель произведения двух матриц

Ответ: 4

$$K = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

3. В матрице K главную диагональ составляют элементы. Вычислите сумму элементов главной диагонали.

Ответ: 6

$$B = \begin{pmatrix} -4 & 8 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 11 \\ 9 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

4. В матрице B побочную диагональ составляют элементы. Вычислите сумму элементов побочной диагонали

Ответ: 8

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Вычислите определитель матрицы A

Ответ: 7

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ -2 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

6. Вычислите определитель матрицы C

Ответ: -6

7. Вычислите сумму элементов первого столбца матрицы $C = 2 \cdot A - B$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -7 & -19 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 8

8. Что такое определитель квадратной матрицы?

- А) Сумма элементов матрицы
- Б) Произведение диагональных элементов
- В) Число, характеризующее свойства матрицы, например, обратимость**
- Г) Количество строк в матрице

Ответ: В

9. Какая матрица называется единичной?

- А) Матрица с нулями на диагонали
- Б) Матрица с единицами на главной диагонали и нулями вне её
- В) Матрица с одинаковыми элементами
- Г) Матрица с единицами на главной диагонали и нулями вне её**

Ответ: Г

10. Как называется линейное преобразование, сохраняющее длины и углы?

- А) Проекция
- Б) Ротация
- В) Ортогональное преобразование**
- Г) Рефлексия

Ответ: В

11. Что такое ранг матрицы?

- А) Максимальное число ненулевых элементов
- Б) Максимальное число линейно независимых строк или столбцов**
- В) Количество столбцов
- Г) Максимальное число линейно независимых строк или столбцов

Ответ: Б

12. Если определитель матрицы равен нулю, то матрица:

- А) Обратима
- Б) Не обратима**
- В) Не обратима
- Г) Единичная

Ответ:

13. Как называется матрица, полученная транспонированием исходной?

- А) Обратная
- Б) Сопряжённая
- В) Транспонированная**
- Г) Диагональная

Ответ: В

14. Какое из утверждений верно для собственных значений матрицы?

- А) Собственные значения всегда положительны
- Б) Собственные значения - это корни характеристического уравнения**
- В) Собственные значения - это элементы главной диагонали
- Г) Собственные значения - это корни характеристического уравнения

Ответ: Б

15. Что такое базис в векторном пространстве?

А) Любое множество векторов

Б) Линейно зависимое множество векторов

В) Линейно независимое множество, порождающее пространство

Г) Линейно независимое множество, порождающее пространство

Ответ: В

1 СЕМЕСТР УК-2

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

1. Вычислите определитель

Ответ: -1

2. Произведение матриц $A \cdot B$ определено, если...;

1) матрицы A и B одной размерности;

2) матрицы A и B квадратные;

3) число строк матрицы A равно числу столбцов матрицы B ;

4) число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B ;

5) матрицы A и B квадратные одного порядка.

Ответ: 4) число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B ;

5) матрицы A и B квадратные одного порядка

3. Укажите какие из нижеперечисленных матриц второго порядка являются диагональными. Обоснуйте свой выбор.

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Обоснование: используется определение диагональной матрицы.

4. Укажите какие из нижеперечисленных матриц второго порядка являются треугольными

1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$, 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Обоснование: используется определение треугольной матрицы.

5. Соотнесите начало и конец утверждения:

№	Начало утверждения	Буква	Конец утверждения
1	При перестановке двух строк матрицы определитель	А	умножается на это число
2	При транспонировании матрицы ее определитель	Б	меняет знак
3	При умножении всех элементов некоторой строки матрицы на число определитель исходной матрицы	В	не меняется

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

6. Соотнесите действие над матрицами и результат:

№	Действие	Буква	Результат
1	Разность матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	А	$\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$
2	Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	Б	$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$
3	Произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	В	$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

7. Соотнесите ранг матрицы с соответствующим ему значением:

№	Ранг матрицы	Буква	Значение
1	Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.	А	0
2	Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.	Б	2
3	Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	В	1

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

8. Дайте определение термину «определитель».

Ответ: Определитель – это число $\det A$ (или $|A|$, или Δ), соответствующее квадратной

матрице A порядка n .

Как вычисляется скалярное произведение двух векторов?

- А) Сумма произведений соответствующих координат
- Б) Произведение длин векторов
- В) Произведение угла между векторами
- Г) Сумма произведений соответствующих координат**

Ответ: Г

Что означает, что векторы линейно зависимы?

- А) Один из них нулевой
- Б) Они не лежат в одной плоскости
- В) Один вектор выражается через другие**
- Г) Один вектор выражается через другие

Ответ: В

Какой размер имеет матрица, умноженная на вектор размерности n ?

- А) $n \times n$
- Б) $1 \times n$
- В) $n \times 1$**
- Г) $n \times 1$

Ответ: В

Что такое обратная матрица?

- А) Матрица, у которой все элементы обратны исходной
- Б) Матрица, умножение на которую даёт нулевую матрицу
- В) Матрица, умножение на которую даёт единичную матрицу**
- Г) Матрица, умножение на которую даёт единичную матрицу

Ответ: В

Какой из векторов является нулевым вектором?

- А) Вектор с координатами $(1,0,0)$
- Б) Вектор с координатами $(0,0,0)$**
- В) Вектор с координатами $(1,1,1)$
- Г) Вектор с координатами $(0,0,0)$

Ответ: Б

Как называется сумма двух векторов?

- А) Скалярное произведение
- Б) Векторное произведение**
- В) Линейная комбинация
- Г) Линейная комбинация

Ответ: Б

Что такое след матрицы?

- А) Сумма всех элементов матрицы
- Б) Сумма элементов главной диагонали**
- В) Произведение диагональных элементов
- Г) Сумма элементов главной диагонали

Ответ: Б

**1 СЕМЕСТР
ОПК-1**

1. Вычислите определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$
Ответ: -24

2. Определить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$
Ответ: 4

3. Вычислить при каком x определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & x & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ равен 24.
Ответ: 3

4. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 \\ -3 & 5 & 6 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
Ответ: -136

5. Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.
Ответ: 2

6. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 5 \end{vmatrix}$
Ответ: 8

7. Определите, при каком λ матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ вырождена:
Ответ: -2

8. Укажите, какие из нижеперечисленных матриц третьего порядка являются диагональными. Обоснуйте свой выбор.

- | | | |
|--|--|--|
| 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ | 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ | 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ |
| 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ | 5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | 6) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ |

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, 6) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ: 1) **Обоснование:** использование определения диагональной матрицы.

9. Укажите, какие из нижеперечисленных матриц третьего порядка являются треугольными

1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$
 5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 6) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. Пусть A, B – матрицы размерности 2×2 . Выберите, какие из нижеперечисленных утверждений верны.

- 1) $\det A^T = \det A$
- 2) $\det(-A) = -\det A$
- 3) $\det(2A) = 4 \det A$
- 4) $\det(A + B) = \det A + \det B$
- 5) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$

Ответ: 1) $\det A^T = \det A$

3) $\det(2A) = 4 \det A$

5) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$

11. Выберите верные утверждения (высказывания). Обоснуйте свой выбор.

- 1) Прямую на плоскости можно провести через две точки.
- 2) Уравнение $y = kx$ определяет прямую, проходящую через начало координат.
- 3) Прямая, параллельная оси абсцисс, имеет уравнение $x = a$.
- 4) Прямую на плоскости можно задать, зная два вектора, параллельные этой прямой.

Ответ: 1) Прямую на плоскости можно провести через две точки

2) Уравнение $y = kx$ определяет прямую, проходящую через начало координат

Обоснование: использование правила задания прямой.

12. Соотнесите термин с соответствующим ему определением:

№	Определение	Букв а	Термин
1	Как называется матрица, в которой все элементы главной диагонали равны единице, а все остальные элементы — нулевые:	А	<i>нулевая матрица</i>
2	Как называется матрица, в которой число строк равно числу ее столбцов:	Б	<i>единичная матрица</i>

3	Как называется матрица, в которой все элементы равны нулю:	В	<i>квадратная матрица</i>
----------	--	----------	---------------------------

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

13. Соотнесите матрицу и её вид:

№	Матрица	Буква	Вид матрицы
1	треугольная матрица	А	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
2	единичная матрица	Б	$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$
3	диагональная матрица	В	$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1В, 2А, 3Б

14. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Соотнесите элемент матрицы с его значением:

№	Элемент матрицы	Буква	Значение элемента
1	Элемент a_{23}	А	4
2	Элемент a_{33}	Б	2
3	Элемент a_{12}	В	1

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1В, 2Б, 3А

15. Напишите определение термина «нулевая матрица».

Ответ: нулевая матрица – это матрица, все элементы которой равны нулю.

1. Определите, чему равен радиус окружности: $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 100$

Ответ: 10

2. Найдите, при каком значении k прямые $y = 2x + 4$ и $y = \frac{kx}{2} - 3$ – перпендикулярны

Ответ: -1

3. Определить, чему равен центр окружности: $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 49$. Ответ записать в виде суммы координат $x_0 + y_0$:

Ответ: 2

4. Найдите сумму $x_1 + x_2 + x_3$, где (x_1, x_2, x_3) – решение системы:

$$\begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ 4x_2 - x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

Ответ: 3

5. Два вектора в евклидовом пространстве ортогональны. Чему равно их скалярное произведение.

Ответ: 0

6. Вычислите скалярное произведение двух векторов $\vec{a} = (2, 3, 1)$ и $\vec{b} = (-1, 0, 4)$:

Ответ: 2

7. Найдите расстояние между точками $A(0, -3, 3)$ и $B(3, 1, 3)$.

Ответ: 5

8. Вычислите длину вектора $\vec{a}(4; -3)$:

Ответ: 5

9. Определите угловой коэффициент прямой $x - y + 5 = 0$:

Ответ: 1

10. Как называется матрица, у которой все элементы вне главной диагонали равны нулю?

А) Единичная

Б) Диагональная

В) Нулевая

Г) Диагональная

Ответ: Б

11. Что такое ядро линейного отображения?

А) Множество всех векторов, отображающихся в нулевой вектор

Б) Множество всех образов векторов

В) Множество всех базисных векторов

Г) Множество всех векторов, отображающихся в нулевой вектор

Ответ: А

12. Что означает, что матрица симметрична?

А) Она равна своей транспонированной

Б) Все элементы равны

- В) Она диагональная
Г) Она равна своей транспонированной

Ответ: А

13. Как называется произведение матрицы на число?

- А) Транспонирование
Б) Умножение на скаляр
В) Обратная матрица
Г) Умножение на скаляр

Ответ: Б

14. Как называется вектор, перпендикулярный двум заданным векторам в пространстве?

- А) Скалярное произведение
Б) Векторное произведение
В) Линейная комбинация
Г) Векторное произведение

Ответ:

15. Какое из утверждений верно для собственных векторов матрицы?

- А) Они всегда ортогональны
Б) Они соответствуют собственным значениям
В) Они всегда нулевые
Г) Они соответствуют собственным значениям

Ответ: Б

2 СЕМЕСТР УК-2

1. Найдите сумму $x_1 + x_2 + x_3$, где (x_1, x_2, x_3) - решение системы:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_2 + 4x_3 = 7 \\ x_3 = 2 \end{cases}$$

Ответ: 2

2. Выберите справедливые утверждения для графиков линейных функций. Обоснуйте свой выбор.

- 1) Если прямые параллельны, то их угловые коэффициенты равны.**
2) Если произведение угловых коэффициентов прямых «равно 1», то эти прямые перпендикулярны.
3) Прямые перпендикулярны, если произведение угловых коэффициентов прямых «равно -1».
4) Если прямые параллельны, то отношение угловых коэффициентов равно отношению свободных коэффициентов.

Ответ: 1) Если прямые параллельны, то их угловые коэффициенты равны, 3) Прямые перпендикулярны, если произведение угловых коэффициентов прямых «равно -1»

Обоснование: применение правил параллельности и перпендикулярности прямых.

3. Укажите, какие из следующих наборов векторов на плоскости являются линейно зависимыми?

- 1) любой набор из 2 векторов
- 2) любой набор из 3 векторов
- 3) любой набор, содержащий нулевой вектор
- 4) любой набор из одного ненулевого вектора

Ответ: 2) любой набор из 3 векторов,
3) любой набор, содержащий нулевой вектор

4. Соотнесите минор матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ с его значением:

№	Минор матрицы	Буква	Значение
1	минор M_{11}	А	4
2	минор M_{12}	Б	2
3	минор M_{22}	В	0

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1А, 2В, 3Б

5. Соотнесите формулу с её символьным представлением:

№	Формула	Буква	Символьное представление формулы
1	Формула нахождения обратной матрицы	А	$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$
2	Формула нахождения алгебраического дополнения	Б	$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} \quad (j = 1, \dots, n)$
3	Формула Крамера для решения систем линейных уравнений	В	$A^{-1} = \frac{1}{ A } \cdot A^*$

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1В, 2А, 3Б

6. Вычислите координаты вектора $\vec{AB}$ по заданным точкам и соотнесите с результатом: Обоснуйте свой выбор.:

№	Координаты точек	Букв а	Результат
1	Даны точки $A(3;8), B(-5;4)$	А	(7;6)
2	Даны точки $A(4;0), B(-2;1)$	Б	(-8;-4)
3	Даны точки $A(-1;-3), B(6;3)$	В	(-6;1)

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

7. Напишите определение понятия «вектор».

Ответ: вектор – это направленный прямолинейный отрезок (т.е. отрезок, имеющий определенную длину и определенное направление).

8. Что такое транспонирование матрицы?

- А) Замена строк на столбцы
- Б) Обращение матрицы
- В) Умножение на число
- Г) Замена строк на столбцы**

Ответ: Г

9. Что такое линейная комбинация векторов?

- А) Произведение векторов
- Б) Сумма векторов с коэффициентами**
- В) Перемножение координат
- Г) Сумма векторов с коэффициентами

Ответ: Б

10. Какой из векторов является нормированным?

- А) Вектор с длиной 0
- Б) Вектор с длиной 1**
- В) Вектор с длиной больше 1
- Г) Вектор с длиной 1

Ответ: Б

11. Какой из векторов является ортогональным к вектору (1,0,0)?

- А) (1,0,0)
- Б) (0,1,0)**
- В) (1,1,0)
- Г) (0,1,0)

Ответ: Б) (0,1,0)

12. Что такое обратимый оператор?

- А) Оператор, у которого есть обратный**
- Б) Оператор, переводящий все векторы в ноль
- В) Оператор с нулевым рангом
- Г) Оператор, у которого есть обратный

Ответ: А

13. Какой из методов используется для решения систем линейных уравнений?

- А) Метод подстановки
- Б) Метод Гаусса**

В) Метод интегрирования

Г) Метод Гаусс

Ответ: Б

14. Что такое собственное значение матрицы?

А) Число, при котором матрица становится нулевой

Б) Корень характеристического уравнения

В) Элемент главной диагонали

Г) Корень характеристического уравнения

Ответ: Б

15. Что такое ортогональная матрица?

А) Матрица, у которой обратная равна транспонированной

Б) Матрица с нулевым определителем

В) Матрица с одинаковыми строками

Г) Матрица, у которой обратная равна транспонированной

Ответ: Г

2 СЕМЕСТР

ОПК-1

1. Определите, при каком значении k прямые $y = 5x - 2$ и $y = kx + 5$ параллельны?

Ответ: 5

2. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{7; 3; 4\}$ и $\vec{b} = \{-1; 1; 1\}$.

Ответ: 0

3. Определите k , при котором прямая $kx - 14y + 7 = 0$ параллельна прямой $2x + 7y - 5 = 0$:

Ответ: -4

4. Определите, при каком значении параметра a прямые $2x - y + 1 = 0$ и $ax + 2y - 5 = 0$ параллельны в общей декартовой системе координат.

Ответ: -4

5. Найдите расстояние от точки $A(2; -3; 0)$ до плоскости $2x + y - 2z + 8 = 0$ в прямоугольной декартовой системе координат.

Ответ: 3

6. На плоскости векторы $\vec{a}(1; 2)$, $\vec{b}(1; -3)$. Найдите скалярное произведение $(\vec{a}, \vec{b})$ в ортонормированном базисе.

Ответ: -5

7. Даны координаты трех точек: $A(5; 5)$, $B(2; 3)$, $C(4; 5)$. Вычислите длину вектора $\vec{AB} + 3 \cdot \vec{BC}$

Ответ: 5

8. Вычислите определитель Δ_1 в формуле Крамера $x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ для системы

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

Ответ: 8

9. Выберите, какие кривые второго порядка являются центрально симметричными

- 1) эллипс,
- 2) гипербола,
- 3) парабола,
- 4) окружность.

Ответ: 1) эллипс, 2) гипербола, 4) окружность

10. Укажите, какие из следующих наборов векторов на плоскости являются линейно зависимыми. Обоснуйте свой выбор.

- 1) Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 1; -2 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} -2; 4 \end{pmatrix}$ 2) Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 1; 1 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} 1; -3 \end{pmatrix}$
3) Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 0; 1 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} -2; 0 \end{pmatrix}$ 4) Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 0; 1 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} 0; 5 \end{pmatrix}$
Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 1; -2 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} -2; 4 \end{pmatrix}$, 4) Набор $\vec{a} \begin{pmatrix} 0; 1 \end{pmatrix}, \vec{b} \begin{pmatrix} 0; 5 \end{pmatrix}$

Ответ: 1)

11. Укажите, каких из нижеперечисленных условий достаточно, чтобы скалярное произведение векторов равнялось нулю. Обоснуйте свой выбор.

- 1) среди векторов есть нулевой
- 2) векторы коллинеарны
- 3) векторы ортогональны
- 4) векторы линейно зависимы

Ответ: 1) среди векторов есть нулевой, 3) векторы ортогональны

Обоснование: использование свойств скалярного произведения.

12. Составьте уравнения прямых, проходящих через точки А и В.

Соотнесите полученные уравнения с координатами соответствующих точек:

№	Координаты точек А и В	Буква	Уравнения прямых
1	A(1;-1) и B(11;-6)	А	$2x + y - 16 = 0$
2	A(3;0) и B(5;1)	Б	$x + 2y + 1 = 0$
3	A(8;0) и B(6;4)	В	$x - 2y - 3 = 0$

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

13. Соотнесите название уравнения кривых второго порядка с его формулой:

№	Название уравнения	Буква	Формула
1	Уравнение окружности	А	$y^2 = 2px$
2	Уравнение параболы	Б	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
3	Уравнение гиперболы	В	$x^2 + y^2 = R^2$

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1В, 2А, 3Б

14. Определите значения полуосей уравнений кривых второго порядка. Соотнесите значение полуоси с его уравнением:

№	Уравнение	Буква	Значение
1	Полуоси эллипса $\frac{(x+3)^2}{2^2} + \frac{(y-5)^2}{3^2} = 1$	А	3 и $\sqrt{5}$
2	Полуоси гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$	Б	2 и 3
3	Полуоси эллипса $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$	В	5 и 3

Заполните соответствующие буквы под цифрами

1	2	3

Ответ: 1Б, 2В, 3А

15. Напишите определение скалярного произведения векторов.

Ответ: скалярное произведение двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется число, равное произведению их длин на косинус угла между ними. Записывают $\vec{a} \cdot \vec{b}$ или $(\vec{a}, \vec{b})$.

Возможный вариант ответа: сумма произведения соответствующих координат векторов