

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

<i>Направление подготовки</i>	Инноватика
<i>Код</i>	27.03.05
<i>Направленность (профиль)</i>	Инновационный менеджмент
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

Москва
2026

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Общепрофессиональные	Формулирование задач управления	ОПК-2

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает методики поиска, сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации; метод системного анализа УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников; применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических, технических и естественно-научных дисциплин (модулей)	ОПК-2.1 Знает профильные разделы математических, технических и естественнонаучных дисциплин ОПК-2.2 Умеет формулировать задачи профессиональной деятельности на основе профильных знаний разделов математики, физики и других технических и естественно-научных дисциплин ОПК-2.3 Имеет опыт решения профессиональных задач на основе применения математических методов и моделей, математического аппарата, на основе знаний профильных разделов технических и естественнонаучных дисциплин

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине и критериев оценки результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами (знания, умения, навыки)

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	- инструментарий математического анализа, применяемый для обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	- определять возможность применения различных приемов математического исследования к различному виду задач	- методами математического анализа и возможностью их применения в процессе решения конкретных задач
Код компетенции	ОПК-2		
	– основы математического анализа и сферу их применения в профессиональной области	– применять математические методы в процессе исследования, анализа и синтеза задач	- навыками дифференциального и интегрального исследования реальных процессов. навыками исследования и решения дифференциальных уравнений, исследования рядов

4. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана образовательной программы. Данная дисциплина взаимосвязана с другими дисциплинами ОПОП.

В рамках освоения программы бакалавриата выпускники готовятся к решению задач профессиональной деятельности следующих типов: организационно- управленческий.

Профиль (направленность) программы установлена путем её ориентации на сферу профессиональной деятельности выпускников.

5. Объем дисциплины

Виды учебной работы	Форма обучения
	Очная
Общая трудоемкость: зачетные единицы/часы	4/144
Контактная работа:	80
Занятия лекционного типа	40
Занятия семинарского типа	40
Промежуточная аттестация: зачет с оценкой	0,15
Самостоятельная работа (СРС)	63,85

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам / разделам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

6.1.Распределение часов по разделам/темам и видам работы

6.1.1. Очная форма обучения

№ п/п	Раздел/тема	Виды учебной работы (в часах)						
		Контактная работа						Самост оательн ая работа
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				
		Лекции	Иные учебны е заняти я	Практ ически е заняти я	Семин ары	Лабор аторн ые работ ы	Иные	
1.	Функция	4		4				5,85
2.	Предел и непрерывность функции	4		4				6
3.	Производная и дифференциал функции	4		4				6
4.	Приложения дифференциального исчисления	4		4				6
5.	Неопределенный интеграл.	4		4				6
6.	Определенный интеграл и его приложения	4		4				6
7.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	4		4				6
8.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	3		3				6
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка	3		3				6
10.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.	3		3				5
11.	Числовые и степенные ряды	3		3				5
	Промежуточная аттестация	0,15						
	Итого	40		40				63,85

6.2.Программа дисциплины, структурированная по темам / разделам

6.2.1. Содержание лекционного курса

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание лекционного занятия
1.	Функция	Понятие множества. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, декартово произведение и т.д. Эквивалентность и счетность множеств. Основные числовые множества: натуральные, целые, рациональные, действительные, комплексные. Несчетность множества действительных чисел. Границы и точные грани множества. Отображения множеств, свойства отображений. Функция как отображение множеств. Свойства функций. Виды функций: элементарные, сложные, неявные, параметрические, обратные и их свойства. Способы построения графиков функций. Простейшие элементарные функции. Элементарные функции физических, экономических и других реальных процессов и их графики
2.	Предел и непрерывность функции	Последовательность действительных чисел, свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Число e как предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции на бесконечности. Свойства предела функции (основные теоремы о пределе функции). Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Первый и второй замечательные пределы функции. Эквивалентные функции. Непрерывность функции в точке (различные подходы). Односторонняя непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Основные теоремы о непрерывности функции в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация
3.	Производная и дифференциал функции	Приращение аргумента и значения функции. Понятие производной функции в точке. Геометрический, физический и экономический смыслы производной. Дифференцируемость функции в точке. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции. Производная и дифференциал суммы, произведения и частного. Производные сложных, обратных функций, неявно и параметрически заданных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Некоторые физические, геометрические и экономические смыслы производных и дифференциалов высших порядков
4.	Приложения дифференциального исчисления	Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Исследование функции (отыскание асимптот, промежутков монотонности, экстремумов, наибольшего и наименьшего значений на промежутке, промежутков выпуклости и вогнутости,

		точек перегиба). Физические (средняя скорость, мгновенная скорость, ускорение) и экономические (средние и предельные величины, эластичность и др.) приложения производной и дифференциала
5.	Неопределенный интеграл.	Множество первообразных функции. Неопределенный интеграл, основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: замена переменной (и/или преобразование дифференциала), интегрирование по частям. Интегрирование некоторых классов функций: рациональных (в том числе метод неопределенных коэффициентов), иррациональных, тригонометрических
6.	Определенный интеграл и его приложения	Понятие интегральных сумм. Определенный интеграл как число, разделяющее нижнюю и верхнюю суммы Дарбу. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Метод замены переменной определенном интеграле. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Приближенное вычисление определенного интеграла. Геометрические (вычисление площади, длины дуги, объема, поверхности тел вращения) и экономические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы 1 и 2 рода
7.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Понятие функции многих переменных (различные подходы). График функции двух переменных. Линии уровня. Метод изоклин. Основные свойства функций. Двойные и повторные пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные, их геометрический смысл (касательная плоскость и нормаль к поверхности). Полный дифференциал. Производные высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных второго порядка. Полный дифференциал второго порядка. Производная по направлению вектора. Градиент. Приложения дифференциального исчисления: отыскание экстремумов функции двух переменных, наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области. Метод наименьших квадратов. Задачи линейного программирования
8.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Понятие двойного, тройного интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному (случай прямоугольной и произвольной областей). Замена переменной в двойном интеграле. Смена порядка интегрирования в повторных интегралах. Основные приложения двойного интеграла (площадь фигуры, объем тела, площадь поверхности). Несобственные двойные интегралы (случай бесконечной области, случай разрывной функции)

9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка	Проверка решения. Составление ДУ семейств кривых. Начальные условия. Единственность решения задачи Коши. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка. Линейные ДУ первого порядка (метод вариации произвольной постоянной). Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. ДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной.
10.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.	ДУ допускающие понижение порядка (различные случаи). Решение задачи Коши для ДУ высших порядков. Линейные однородные ДУ второго порядка с переменными коэффициентами. Линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод суперпозиций в решении ДУ. Понятие о системах дифференциальных уравнений
11.	Числовые и степенные ряды	Основные сведения о рядах. Необходимы и достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (признаки сравнения, Коши, Даламбера, интегральный и др.). Знакопеременные ряды. Сходимость рядов с членами произвольного знака. Область сходимости степенного ряда. Интервал и радиус сходимости ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях. Приложения степенных рядов. Ряды Фурье.

6.2.2. Содержание практических занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание практического занятия
1.	Функция	Понятие множества. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, декартово произведение и т.д. Эквивалентность и счетность множеств. Основные числовые множества: натуральные, целые, рациональные, действительные, комплексные. Несчетность множества действительных чисел. Границы и точные грани множества. Отображения множеств, свойства отображений. Функция как отображение множеств. Свойства функций. Виды функций: элементарные, сложные, неявные, параметрические, обратные и их свойства. Способы построения графиков функций. Простейшие элементарные функции. Элементарные функции физических, экономических и других реальных процессов и их графики
2.	Предел и непрерывность функции	Последовательность действительных чисел, свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Число e как предел числовой

		последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции на бесконечности. Свойства предела функции (основные теоремы о пределе функции). Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Первый и второй замечательные пределы функции. Эквивалентные функции. Непрерывность функции в точке (различные подходы). Односторонняя непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Основные теоремы о непрерывности функции в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация
3.	Производная и дифференциал функции	Приращение аргумента и значения функции. Понятие производной функции в точке. Геометрический, физический и экономический смыслы производной. Дифференцируемость функции в точке. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции. Производная и дифференциал суммы, произведения и частного. Производные сложных, обратных функций, неявно и параметрически заданных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Некоторые физические, геометрические и экономические смыслы производных и дифференциалов высших порядков
4.	Приложения дифференциального исчисления	Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Исследование функции (отыскание асимптот, промежутков монотонности, экстремумов, наибольшего и наименьшего значений на промежутке, промежутков выпуклости и вогнутости, точек перегиба). Физические (средняя скорость, мгновенная скорость, ускорение) и экономические (средние и предельные величины, эластичность и др.) приложения производной и дифференциала
5.	Неопределенный интеграл.	Множество первообразных функций. Неопределенный интеграл, основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: замена переменной (и/или преобразование дифференциала), интегрирование по частям. Интегрирование некоторых классов функций: рациональных (в том числе метод неопределенных коэффициентов), иррациональных, тригонометрических
6.	Определенный интеграл и его приложения	Понятие интегральных сумм. Определенный интеграл как число, разделяющее нижнюю и верхнюю суммы Дарбу. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Метод замены переменной определенном интеграле. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Приближенное вычисление определенного интеграла. Геометрические (вычисление площади, длины дуги, объема, поверхности тел вращения) и экономические

		приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы 1 и 2 рода
7.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Понятие функции многих переменных (различные подходы). График функции двух переменных. Линии уровня. Метод изоклин. Основные свойства функций. Двойные и повторные пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные, их геометрический смысл (касательная плоскость и нормаль к поверхности). Полный дифференциал. Производные высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных второго порядка. Полный дифференциал второго порядка. Производная по направлению вектора. Градиент. Приложения дифференциального исчисления: отыскание экстремумов функции двух переменных, наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области. Метод наименьших квадратов. Задачи линейного программирования
8.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Понятие двойного, тройного интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному (случаи прямоугольной и произвольной областей). Замена переменной в двойном интеграле. Смена порядка интегрирования в повторных интегралах. Основные приложения двойного интеграла (площадь фигуры, объем тела, площадь поверхности). Несобственные двойные интегралы (случай бесконечной области, случай разрывной функции)
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка	Проверка решения. Составление ДУ семейств кривых. Начальные условия. Единственность решения задачи Коши. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка. Линейные ДУ первого порядка (метод вариации произвольной постоянной). Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. ДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной.
10.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.	ДУ допускающие понижение порядка (различные случаи). Решение задачи Коши для ДУ высших порядков. Линейные однородные ДУ второго порядка с переменными коэффициентами. Линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод суперпозиций в решении ДУ. Понятие о системах дифференциальных уравнений
11.	Числовые и степенные ряды	Основные сведения о рядах. Необходимы и достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (признаки сравнения, Коши, Даламбера, интегральный и др.). Знакопеременные ряды. Сходимость рядов с членами произвольного знака. Область сходимости степенного ряда. Интервал и радиус сходимости ряда.

		Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях. Приложения степенных рядов. Ряды Фурье.
--	--	---

6.2.3. Содержание самостоятельной работы

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Содержание самостоятельной работы
1.	Функция	Понятие множества. Операции над множествами (объединение, пересечение, разность, декартово произведение и т.д. Эквивалентность и счетность множеств. Основные числовые множества: натуральные, целые, рациональные, действительные, комплексные. Несчетность множества действительных чисел. Границы и точные грани множества. Отображения множеств, свойства отображений. Функция как отображение множеств. Свойства функций. Виды функций: элементарные, сложные, неявные, параметрические, обратные и их свойства. Способы построения графиков функций. Простейшие элементарные функции. Элементарные функции физических, экономических и других реальных процессов и их графики
2.	Предел и непрерывность функции	Последовательность действительных чисел, свойства числовых последовательностей. Предел числовой последовательности. Число ε как предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции на бесконечности. Свойства предела функции (основные теоремы о пределе функции). Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Первый и второй замечательные пределы функции. Эквивалентные функции. Непрерывность функции в точке (различные подходы). Односторонняя непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Основные теоремы о непрерывности функции в точке и на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация
3.	Производная и дифференциал функции	Приращение аргумента и значения функции. Понятие производной функции в точке. Геометрический, физический и экономический смыслы производной. Дифференцируемость функции в точке. Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции. Производная и дифференциал суммы, произведения и частного. Производные сложных, обратных функций, неявно и параметрически заданных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Некоторые физические, геометрические и экономические смыслы производных и дифференциалов высших порядков

4.	Приложения дифференциального исчисления	Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Использование дифференциала в приближенных вычислениях. Исследование функции (отыскание асимптот, промежутков монотонности, экстремумов, наибольшего и наименьшего значений на промежутке, промежутков выпуклости и вогнутости, точек перегиба). Физические (средняя скорость, мгновенная скорость, ускорение) и экономические (средние и предельные величины, эластичность и др.) приложения производной и дифференциала
5.	Неопределенный интеграл.	Множество первообразных функции. Неопределенный интеграл, основные свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования: замена переменной (и/или преобразование дифференциала), интегрирование по частям. Интегрирование некоторых классов функций: рациональных (в том числе метод неопределенных коэффициентов), иррациональных, тригонометрических
6.	Определенный интеграл и его приложения	Понятие интегральных сумм. Определенный интеграл как число, разделяющее нижнюю и верхнюю суммы Дарбу. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Метод замены переменной определенном интеграле. Метод интегрирования по частям в определенном интеграле. Приближенное вычисление определенного интеграла. Геометрические (вычисление площади, длины дуги, объема, поверхности тел вращения) и экономические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы 1 и 2 рода
7.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Понятие функции многих переменных (различные подходы). График функции двух переменных. Линии уровня. Метод изоклин. Основные свойства функций. Двойные и повторные пределы функций двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные, их геометрический смысл (касательная плоскость и нормаль к поверхности). Полный дифференциал. Производные высших порядков. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных второго порядка. Полный дифференциал второго порядка. Производная по направлению вектора. Градиент. Приложения дифференциального исчисления: отыскание экстремумов функции двух переменных, наибольшего и наименьшего значения в замкнутой области. Метод наименьших квадратов. Задачи линейного программирования
8.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Понятие двойного, тройного интегралов. Сведение двойного интеграла к повторному (случаи прямоугольной и произвольной областей). Замена переменной в двойном интеграле. Смена порядка интегрирования в повторных интегралах. Основные

		приложения двойного интеграла (площадь фигуры, объем тела, площадь поверхности). Несобственные двойные интегралы (случай бесконечной области, случай разрывной функции)
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка	Проверка решения. Составление ДУ семейств кривых. Начальные условия. Единственность решения задачи Коши. ДУ с разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка. Линейные ДУ первого порядка (метод вариации произвольной постоянной). Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. ДУ первого порядка, неразрешенные относительно производной.
10.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.	ДУ допускающие понижение порядка (различные случаи). Решение задачи Коши для ДУ высших порядков. Линейные однородные ДУ второго порядка с переменными коэффициентами. Линейные однородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод суперпозиций в решении ДУ. Понятие о системах дифференциальных уравнений
11.	Числовые и степенные ряды	Основные сведения о рядах. Необходимы и достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (признаки сравнения, Коши, Даламбера, интегральный и др.). Знакопеременные ряды. Сходимость рядов с членами произвольного знака. Область сходимости степенного ряда. Интервал и радиус сходимости ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов в приближенных вычислениях. Приложения степенных рядов. Ряды Фурье.

7. Текущий контроль по дисциплине (модулю) в рамках учебных занятий

В рамках текущего контроля преподаватель самостоятельно может проводить следующие мероприятия:

№ п/п	Контролируемые разделы (темы)	Наименование оценочного средства
1.	Функция	Опрос, практическое задание, тестирование
2.	Предел и непрерывность функции	Опрос, практическое задание, тестирование
3.	Производная и дифференциал функции	Опрос, практическое задание, тестирование
4.	Приложения дифференциального исчисления	Опрос, практическое задание, тестирование
5.	Неопределенный интеграл.	Опрос, практическое задание, тестирование
6.	Определенный интеграл и его	Опрос, практическое задание,

	приложения	тестирование
7.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	Опрос, практическое задание, тестирование
8.	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	Опрос, практическое задание, тестирование
9.	Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка	Опрос, практическое задание, тестирование
10.	Обыкновенные дифференциальные уравнения n-ого порядка.	Опрос, практическое задание, тестирование
11	Числовые и степенные ряды	Опрос, практическое задание, тестирование

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная учебная литература

1. Иванова, С. А. Математический анализ : учебное пособие / С. А. Иванова. — Кемерово : Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2014. — 127 с. — ISBN 978-5-89289-852-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/61290.html>

2. Боронина, Е. Б. Математический анализ : учебное пособие / Е. Б. Боронина. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1745-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81022.html>

3. Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-3305-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/142274.html>

4. Быкова, О. Н. Математический анализ. Ч.1 : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин. — 2-е изд. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2024. — 120 с. — ISBN 978-5-4263-0391-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/145687.html>

5. Галажинская, О. Н. Математический анализ. Ч.2 : учебное пособие / О. Н. Галажинская, Е. В. Пикущак, Н. А. Перкова. — Томск : Издательство Томского государственного университета, 2022. — 171 с. — ISBN 978-5-907572-13-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/125532.html>

8.2. Дополнительная учебная литература:

1. Максименко, В. Н. Практикум по математическому анализу. Часть 1 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. В. Гобыш. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 116 с. — ISBN 978-5-7782-2474-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/45425.html>

2. Гриценко, Л. В. Применение производной к исследованию функции и построению графика : методические указания к индивидуальным заданиям по разделу курса математического анализа / Л. В. Гриценко, Г. С. Костецкая. — Ростов-на-Дону :

Северо-Кавказский филиал Московского технического университета связи и информатики, 2013. — 49 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/61304.html>

3. Быкова, О. Н. Практикум по математическому анализу : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин. — Москва : Прометей, 2014. — 277 с. — ISBN 978-5-9905-8861-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/30409.html>

4. Математический анализ и дифференциальные уравнения. Задачи и упражнения : учебное пособие / В. В. Власов, С. И. Митрохин, А. В. Прошкина [и др.]. — 4-е изд. — Москва : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2024. — 375 с. — ISBN 978-5-4497-3305-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/142274.html>

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru>
2. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (ресурсы открытого доступа) <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp>
3. <https://www.rsl.ru/> Российская Государственная Библиотека (ресурсы открытого доступа)

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение данного курса базируется на рациональном сочетании нескольких видов учебной деятельности – лекций, семинарских занятий, самостоятельной работы. При этом самостоятельную работу следует рассматривать одним из главных звеньев полноценного высшего образования, на которую отводится значительная часть учебного времени.

Самостоятельная работа студентов складывается из следующих составляющих:

- работа с основной и дополнительной литературой, с материалами интернета и конспектами лекций;
- внеаудиторная подготовка к контрольным работам, выполнение докладов, рефератов и курсовых работ;
- выполнение самостоятельных практических работ;
- подготовка к экзаменам (зачетам) непосредственно перед ними.

Для правильной организации работы необходимо учитывать порядок изучения разделов курса, находящихся в строгой логической последовательности. Поэтому хорошее усвоение одной части дисциплины является предпосылкой для успешного перехода к следующей. Задания, проблемные вопросы, предложенные для изучения дисциплины, в том числе и для самостоятельного выполнения, носят междисциплинарный характер и базируются, прежде всего, на причинно-следственных связях между компонентами окружающего нас мира. В течение семестра, необходимо подготовить рефераты (проекты) с использованием рекомендуемой основной и дополнительной литературы и сдать рефераты для проверки преподавателю. Важным составляющим в изучении данного курса является решение ситуационных задач и работа над проблемно-аналитическими заданиями, что предполагает знание соответствующей научной терминологии и т.д.

Для лучшего запоминания материала целесообразно использовать индивидуальные особенности и разные виды памяти: зрительную, слуховую, ассоциативную. Успешному

запоминанию также способствует приведение ярких свидетельств и наглядных примеров. Учебный материал должен постоянно повторяться и закрепляться.

При выполнении докладов, творческих, информационных, исследовательских проектов особое внимание следует обращать на подбор источников информации и методику работы с ними.

Для успешной сдачи экзамена (зачета) рекомендуется соблюдать следующие правила:

1. Подготовка к экзамену (зачету) должна проводиться систематически, в течение всего семестра.
2. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц до экзамена.
3. Время непосредственно перед экзаменом (зачетом) лучше использовать таким образом, чтобы оставить последний день свободным для повторения курса в целом, для систематизации материала и доработки отдельных вопросов.

На экзамене высокую оценку получают студенты, использующие данные, полученные в процессе выполнения самостоятельных работ, а также использующие собственные выводы на основе изученного материала.

Учитывая значительный объем теоретического материала, студентам рекомендуется регулярное посещение и подробное конспектирование лекций.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Терминальный сервер, предоставляющий к нему доступ клиентам на базе Windows Server 2016
2. Семейство ОС Microsoft Windows
3. Libre Office свободно распространяемый офисный пакет с открытым исходным кодом
4. Информационно-справочная система: Система КонсультантПлюс (Информационный комплекс)
5. Информационно-правовое обеспечение Гарант: Электронный периодический справочник «Система ГАРАНТ» (ЭПС «Система ГАРАНТ»)

Перечень используемого программного обеспечения указан в п.12 данной рабочей программы дисциплины.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

12.1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения.

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; доска (маркерная), комплект мебели для преподавателя.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя, проектор, экран, колонки

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

Операционные системы семейства Windows, КонсультантПлюс веб версия, Гарант веб версия, антивирус Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Яндекс Браузер, LibreOffice, МТС Линк, VLC Media Player.

Подключение к сети «Интернет» и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

12.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся .

Специализированная мебель:

Комплект учебной мебели (стол, стул) по количеству обучающихся; доска (маркерная), комплект мебели для преподавателя.

Технические средства обучения:

Компьютер в сборе для преподавателя; компьютеры в сборе для обучающихся; колонки; проектор, экран.

Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

Операционные системы семейства Windows, КонсультантПлюс веб версия, Гарант веб версия, антивирус Kaspersky Endpoint Security.

Перечень свободно распространяемого программного обеспечения:

Яндекс Браузер, LibreOffice, МТС Линк, Notepad++. Pinta, Gimp, AnyLogic, Inkscape, OpenShot. FreeCAD, LibreCAD, Jamovi, Visual Studio, Unity.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ММУ.

13. Образовательные технологии, используемые при освоении дисциплины

Для освоения дисциплины используются как традиционные формы занятий – лекции (типы лекций – установочная, вводная, текущая, заключительная, обзорная; виды лекций – проблемная, визуальная, лекция конференция, лекция консультация); и семинарские (практические) занятия, так и активные и интерактивные формы занятий - деловые и ролевые игры, решение ситуационных задач и разбор конкретных ситуаций.

На учебных занятиях используются технические средства обучения мультимедийной аудитории: компьютер, монитор, колонки, настенный экран, проектор, микрофон, пакет программ Microsoft Office для демонстрации презентаций и медиафайлов, видеопроектор для демонстрации слайдов, видеосюжетов и др. Тестирование обучаемых может осуществляться с использованием компьютерного оборудования университета.

13.1. В освоении учебной дисциплины используются следующие традиционные образовательные технологии:

- чтение проблемно-информационных лекций с использованием доски и видеоматериалов;
- семинарские занятия для обсуждения, дискуссий и обмена мнениями;
- контрольные опросы;
- консультации;
- самостоятельная работа студентов с учебной литературой и первоисточниками;
- подготовка и обсуждение рефератов (проектов), презентаций (научно-исследовательская работа);
- тестирование по основным темам дисциплины.

13.2. Активные и интерактивные методы и формы обучения

Из перечня видов: («мозговой штурм», анализ НПА, анализ проблемных ситуаций, анализ конкретных ситуаций, инциденты, имитация коллективной профессиональной деятельности, разыгрывание ролей, творческая работа, связанная с освоением дисциплины, ролевая игра, круглый стол, диспут, беседа, дискуссия, мини-конференция и др.) используются следующие:

- диспут
- анализ проблемных, творческих заданий, ситуационных задач
- ролевая игра;
- круглый стол;

- мини-конференция
- дискуссия
- беседа.

13.3 Особенности обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)

При организации обучения по дисциплине учитываются особенности организации взаимодействия с инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (далее – инвалиды и лица с ОВЗ) с целью обеспечения их прав. При обучении учитываются особенности их психофизического развития, индивидуальные возможности и при необходимости обеспечивается коррекция нарушений развития и социальная адаптация указанных лиц.

Выбор методов обучения определяется содержанием обучения, уровнем методического и материально-технического обеспечения, особенностями восприятия учебной информации студентов-инвалидов и студентов с ограниченными возможностями здоровья и т.д. В образовательном процессе используются социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья электронное обучение и дистанционные образовательные технологии предусматривают возможность приема-передачи информации в доступных для них формах.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

**Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Математический анализ

<i>Направление подготовки</i>	Инноватика
<i>Код</i>	27.03.05
<i>Направленность (профиль)</i>	Инновационный менеджмент
<i>Квалификация выпускника</i>	бакалавр

Москва
2026

1. Перечень кодов компетенций, формируемых дисциплиной в процессе освоения образовательной программы

Группа компетенций	Категория компетенций	Код
Универсальные	Системное и критическое мышление	УК-1
Общепрофессиональные	Формулирование задач управления	ОПК-2

2. Компетенции и индикаторы их достижения

Код компетенции	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Знает методики поиска, сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации; метод системного анализа УК-1.2 Умеет применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников; применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.3 Владеет методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических, технических и естественно-научных дисциплин (модулей)	ОПК-2.1 Знает профильные разделы математических, технических и естественнонаучных дисциплин ОПК-2.2 Умеет формулировать задачи профессиональной деятельности на основе профильных знаний разделов математики, физики и других технических и естественно-научных дисциплин ОПК-2.3 Имеет опыт решения профессиональных задач на основе применения математических методов и моделей, математического аппарата, на основе знаний профильных разделов технических и естественнонаучных дисциплин

3. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине и критериев оценки результатов обучения по дисциплине

3.1. Описание планируемых результатов обучения по дисциплине

Планируемые результаты обучения по дисциплине представлены дескрипторами

(знания, умения, навыки)

Дескрипторы по дисциплине	Знать	Уметь	Владеть
Код компетенции	УК-1		
	- инструментальный математического анализа, применяемый для обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований	- определять возможность применения различных приемов математического исследования к различному виду задач	- методами математического анализа и возможностью их применения в процессе решения конкретных задач
Код компетенции	ОПК-2		
	- основы математического анализа и сферу их применения в профессиональной области	- применять математические методы в процессе исследования, анализа и синтеза задач	- навыками дифференциального и интегрального исследования реальных процессов. навыками исследования и решения дифференциальных уравнений, исследования рядов

3.2. Критерии оценки результатов обучения по дисциплине

Шкала оценивания	Индикаторы достижения	Показатели оценивания результатов обучения
ОТЛИЧНО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент глубоко и всесторонне усвоил материал, уверенно, логично, последовательно и грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - на основе системных научных знаний делает квалифицированные выводы и обобщения, свободно оперирует категориями и понятиями.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, используя научные понятия, ссылаясь на нормативную базу.
	Владеет:	- студент владеет рациональными методами (с использованием рациональных методик) решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; При решении продемонстрировал навыки - выделения главного,

		- связкой теоретических положений с требованиями руководящих документов, - изложения мыслей в логической последовательности, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
ХОРОШО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент твердо усвоил материал, достаточно грамотно его излагает, опираясь на знания основной и дополнительной литературы, - затрудняется в формулировании квалифицированных выводов и обобщений, оперирует категориями и понятиями, но не всегда правильно их верифицирует.
	Умеет:	- студент умеет самостоятельно и в основном правильно решать учебно-профессиональные задачи или задания, уверенно, логично, последовательно и аргументировано излагать свое решение, не в полной мере используя научные понятия и ссылки на нормативную базу.
	Владеет:	- студент в целом владеет рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; - При решении смог продемонстрировать достаточность, но не глубинность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.
УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО/ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент ориентируется в материале, однако затрудняется в его изложении; - показывает недостаточность знаний основной и дополнительной литературы; - слабо аргументирует научные положения; - практически не способен сформулировать выводы и обобщения; - частично владеет системой понятий.
	Умеет:	- студент в основном умеет решить учебно-профессиональную задачу или задание, но допускает ошибки, слабо аргументирует свое решение, недостаточно использует научные понятия и руководящие документы.
	Владеет:	- студент владеет некоторыми рациональными методами решения сложных профессиональных задач, представленных деловыми играми, кейсами и т.д.; - При решении продемонстрировал недостаточность навыков - выделения главного, - изложения мыслей в логической последовательности. - связки теоретических положений с требованиями руководящих документов, - самостоятельного анализа факты, событий, явлений, процессов в их взаимосвязи и диалектическом развитии.

Компетенция не достигнута		
НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО/ НЕ ЗАЧТЕНО	Знает:	- студент не усвоил значительной части материала; - не может аргументировать научные положения; - не формулирует квалифицированных выводов и обобщений; - не владеет системой понятий.
	Умеет:	студент не показал умение решать учебно-профессиональную задачу или задание.
	Владеет:	не выполнены требования, предъявляемые к навыкам, оцениваемым “удовлетворительно”.

4. Типовые контрольные задания и/или иные материалы для проведения промежуточной аттестации, необходимые для оценки достижения компетенции

УК-1

Типовые тесты

1. Найти градиент функции $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2 + 1}$ в точке $M(0, 3)$:

- A) $\text{grad } f = \{0; -0,3\}$,
- B) $\text{grad } f = \{0,3; 0\}$,
- C) $\text{grad } f = \{-0,3; 0\}$,
- D) $\text{grad } f = \{0; 0,3\}$

2. Найти дифференциал второго порядка в точке M_0 :

$$f(x, y) = (x + y)^{xy}, \quad M_0(1; 0).$$

- A) $dx dy + 2 dy^2$,
- B) $dx dy + dy^2$,
- C) $2 dx dy + 2 dy^2$,
- D) $3 dx^2 - 2 dx dy + 2 dy^2$

3. Исследовать функцию на условный локальный экстремум:

$$f(x, y) = 5 - 3x - 4y, \quad \text{при } x^2 + y^2 = 25$$

- A) $(-3; -4), (3; 4)$ — точки условного локального минимума;
- B) $(3; 4)$ —условный локальный минимум; $(-3; -4)$ —усл. лок максимум
- C) $(0; 0)$ —условный локальный минимум; $(-1; 1)$ —усл. лок максимум
- D) точек условного локального экстремума нет

4. Двойной интеграл $\iint_P f(x, y) dx dy$, где (P) - прямоугольник $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ c \leq y \leq d \end{cases}$,

вычисляется:

A) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dy \int_c^d f(x, y) dx;$

B) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b f(x, y) dx \int_c^d dy;$

C) $\iint_P f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_c^d f(x, y) dy.$

5. $\iint_{(D)} x^2(x - y) dx dy$, где (D) : $x = y^2, y = x^2$. равен ...

A) $-\frac{1}{5}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx.$

B) $-\frac{1}{504}; \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx.$

C) $\frac{1}{504}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} (y - x) dx.$

D) $-\frac{1}{504}; \int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} x^2(y - x) dx.$

Практические задания

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\pi + 2x}$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x + 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{2x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^3 - 2x^2}{7x^4 - x^2 + 1}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x}{x^2 - 3x + 2}$

$$1. \int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x} dx; 2. \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; 3. \int (x^3 - 3x^2 + x + 1) dx$$

$$4. \int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx; 5. \int x e^{-x} dx; 6. \int \ln x dx.$$

7. Вычислить определенные интегралы:

$$1. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx; 2. \int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx;$$

8. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 - x^2; y = 4 + x;$$

Контрольная работа № 1. Вариант № 1

Вычислите пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 - 3} + x)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0+} \ln(1+x) \ln x$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \cos 3x) \frac{1}{\cos x}$$

5. Является ли функция $\frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$ бесконечно малой при $x \rightarrow 0+$?

6. Найдите все асимптоты графика функции $f(x) = \sqrt{x^4 + x^3} - x^2$.

7. Исследуйте непрерывность и постройте график функции $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 x}{x^2 n^2 + 1}$.

8. Найдите множество значений функции $y = \frac{\sqrt{x}}{x+4}$.

9. Найдите производную $y^{(8)}$ функции $y = x^3/(1-x)^4$ в точке $x = 0$.

10. Найдите многочлен Тейлора второго порядка для функции $f(x) = \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$. Запишите остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано и Лагранжа.

Контрольная работа № 2. Вариант № 1

1. Найдите область определения функции $z = \arcsin \left(\frac{y-x^2}{y+x} \right)$. Является ли она замкнутым множеством?

2. Вычислите и изобразите на координатной плоскости вектор-градиент функции $f(x, y) = \frac{4x+y}{5x+2y}$ в точке $(-1, 2)$. Нарисуйте линию уровня данной функции, проходящую через данную точку.

3. Исследуйте непрерывность и дифференцируемость функции $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}, & \text{если } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{если } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ в точке $(0, 0)$.

4. Изобразите кривую, заданную уравнением в полярной системе координат $\rho = 1 - 2 \cos \varphi$.

5. Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$2x^2 - \frac{z}{x} = 4 \arctg(y/z) \text{ в точке } (1, 0, 2).$$

6. Найдите $d^2 f(1; 2)$ для функции $f(x, y) = \ln \left(\frac{y}{y-x} \right)$.

7. Напишите матрицу производной отображения $\varphi : (u, v) \mapsto (x, y, z); x = uv, y = u^2 + v^2, z = u^2 - v^2$.

8. Запишите матрицу производной отображения $\varphi = g \circ f$ в точке M_0 , если $f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w); u = xy + z^2, v = yz + x^2, w = x/(y+z), g : (u, v, w) \mapsto (p, q); p = \frac{u}{v}, q = w + u, M_0(1, 2, -1)$.

9. Найдите в точке $(1; -1)$ частные производные первого и второго порядков неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением $z^3 + 2yz + xy = 0$ и условием $z(1, -1) = -1$.

10. Запишите формулу Тейлора для функции $f(x, y) = \ln(x - y)$ в окрестности точки $(2, 1)$ в двух вариантах: (I) с многочленом Тейлора второго порядка с остаточным членом в форме Пеано; (II) с многочленом Тейлора первого порядка с остаточным членом в форме Лагранжа.

Типовые вопросы

Вопросы по теме «Функция»

1. Привести примеры конечных и бесконечных числовых множеств.
2. Каким множеством является объединение множества рациональных и иррациональных чисел?
3. Когда разностью двух множеств является пустое множество?
4. Доказать счетность множества рациональных чисел.
5. Почему множество действительных чисел несчетно?
6. Может ли множество иметь две точные верхние грани?
7. Сформулировать определение точной нижней грани и записать его с помощью кванторов.
8. Какое отображение называется биекцией?
9. Дать определение функции как отображения множеств.
10. Сформулировать понятие обратимой функции. Привести примеры.
11. Обосновать утверждение «Монотонная функция не может быть периодичной». Справедливо ли утверждение «Периодичная функция может быть монотонной»?
12. Что называется сложной функцией?
13. Как называется функция натурального аргумента? Как выглядит график этой функции?
14. Объяснить технологию построения графика функции методом сложения.
15. Привести примеры графиков функций из экономики (физики), описать их свойства.
16. Какое влияние оказывает на поведение графика функции изменение знака (возведении аргумента в натуральную степень, прибавление к аргументу отрицательного числа) в аналитическом представлении этой функции.

Вопросы по теме «Основные приложения дифференциального исчисления»

1. Сформулировать правило Лопиталя. Привести примеры его применения.
2. Записать формулу Тейлора.
3. Привести разложения элементарных функций по формуле Маклорена.
4. Дать определения понятиям возрастания и убывания функции.
5. Сформулировать теоремы об условиях возрастания и убывания функции.
6. Дать определение экстремума функции.
7. Сформулировать необходимые и достаточные условия существования экстремума функции.
8. Объяснить понятие «наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке».
9. Дать определение выпуклости функции.
10. Что называется точкой перегиба функции?
11. Сформулировать условия выпуклости функции, условия существования точек перегиба.
12. Дать определение асимптотам графика функции.
13. Отыскание асимптот графика функции.
14. С помощью понятий приращение, производная, дифференциал дать определение средней скорости вращения, мгновенной скорости вращения, эластичности спроса по цене, предельных издержек производства.

Вопросы по теме «Предел и непрерывность функции»

1. Сформулировать свойства числовой последовательности.
2. Сформулировать признак ограниченности последовательности.
3. Привести пример бесконечно малой последовательности.
4. Дать определение сходящейся последовательности.
5. Когда последовательность называется расходящейся?

6. Доказать одно из свойств (на выбор) пределов последовательности.
7. Записать последовательность, пределом которой является число Эйлера.
8. Может ли последовательность иметь два различных предела?
9. Чему равен предел стационарной последовательности?
10. Что Вы понимаете под «последовательностью аргументов»? А «соответствующая последовательность значений функции»?
11. Сформулировать определение предела функции в точке по Коши.
12. Обязана ли функция существовать в точке x , к которой устремляется аргумент при нахождении предела?
13. Сформулировать теорему о сохранении знака.
14. Что называется односторонним пределом функции?
15. Привести пример функции, имеющей в одной точке различные односторонние пределы.
16. Как вы понимаете термин «предел функции на бесконечности»?
17. Записать первый замечательный предел.
18. Записать второй замечательный предел и его частные случаи.
19. Что понимают под бесконечно малыми функциями одного порядка малости?
20. Какова связь между бесконечно малой и бесконечно большой функцией?

Вопросы по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения n -го порядка»

1. Какое уравнение называется линейным дифференциальным уравнением n -го порядка.
2. Методы понижения порядка уравнения.
3. Что такое определитель Вронского?
4. Что такое фундаментальная система решений?
5. Как установить линейную независимость функций?
6. Для чего применяется формула Лиувилля-Остроградского?
7. Какова структура общего решения линейного однородного уравнения n -го порядка?
8. Какое уравнение называется линейным неоднородным ОДУ n -го порядка?
9. Как можно найти частное решение линейного неоднородного ОДУ n -го порядка.
10. Как найти общее решение линейного неоднородного ОДУ n -го порядка.
11. Что такое подстановка Эйлера?

Вопросы по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Дать определение дифференциального уравнения (ДУ) первого порядка.
2. Привести примеры ДУ в различных областях науки.
3. Как проверить решение дифференциального уравнения?
4. Что называется общим решением ДУ?
5. Изложить методику решения задачи Коши.
6. Записать основные виды ДУ с разделенными и разделяющимися переменными, изложить методику их решения.
7. Дать определение общим и частным решениям ДУ первого порядка.
8. Дать определение и изложить методику решения однородного ДУ первого порядка
9. Дать определение и изложить методику решения линейных ДУ первого порядка (подстановка Бернулли и метод Лагранжа).
10. Дать определение и изложить методику решения уравнения Бернулли.
11. Дать определение и изложить методику решения уравнений в полных дифференциалах.
12. Привести примеры ДУ неразрешенных относительно производной.

Задания открытого типа

1. Множества. Операции над множествами.
2. Основные числовые множества.
3. Отображения множеств.
4. Функция
5. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых.
6. Основные теоремы о пределах функции.
7. Производная. Определение.
8. Дифференциал. Определение, геометрический, физический, экономический смысл.
9. Правило Лопиталя.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления
11. Асимптоты графика функции. Определение, уравнения асимптот.
12. Схема исследования функции и построения ее графика.
13. Непределенный интеграл. Основные понятия, свойства.
14. Определенный интеграл. Определение, геометрический смысл, свойства.
15. Функция двух переменных. Определение, способы задания, область определения.

ОПК-2

Типовые тесты

1. Заменя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $0,97^{1,05}$.

- A)** 0,96 **B)** 0,97 **C)** 1 **D)** -0,98

2. Заменя приращение функции дифференциалом, вычислить приближенно: $\sqrt{1,02^3 + 1,97^3}$

- A)** 3,04 **B)** -3,04 **C)** 0,034 **D)** 30,4

3. Производная функции $f(x, y)$ в точке (x_0, y_0) по направлению вектора $(1, 0)$ равна:

- A)** $f'_x(x_0, y_0)$ **B)** $f'_y(x_0, y_0)$
C) $f'_x(x_0, y_0) + f'_y(x_0, y_0)$ **D)** $f'_x(x, y)$

4. Двойной интеграл $\iint_P f(x, y) dx dy$ в полярной системе координат

$\begin{cases} x = \rho \cos \Theta \\ y = \rho \sin \Theta \end{cases}$ вычисляется по формуле:

- A)** $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) \rho d\Theta d\rho;$
B) $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) d\Theta d\rho;$
C) $\iint_P f(x, y) dx dy = \iint_{P'} f(\rho \cos \Theta, \rho \sin \Theta) \rho^2 d\Theta d\rho.$

5. D) – ограничена прямыми $x = 2, y = x, x = 2y$. $\iint_{(D)} \frac{xdxdy}{x^2 + y^2} = \dots$

A) $\frac{\pi}{6}$

B) π^6

C) $\frac{\pi}{3}$

D) 0

6. Интегральный признак Коши сходимости числового ряда $\sum_{k=m}^{\infty} P_k$ с невозрастающими членами заключается в том, что

A) если $\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx$ сходится, то ряд сходится;

B) если $\int_m^{\infty} P(x)dx$ расходится, то ряд сходится;

C) если $\int_m^{\infty} P(x)dx$ сходится, то ряд сходится;

D) если $\int_m^{\infty} \frac{P_{k+1}(x)}{P(x)} dx$ сходится, то ряд сходится.

7. Ряд $2x + \frac{2x^3}{3} + \dots + \frac{2x^{2k-1}}{2k-1} + \dots$ сходится на промежутке ...

A) $(-1;1)$

B) $(-\infty; \infty)$

C) $(-\infty;1)$

D) $(-\infty;-1)$

8. Функция $\sin x$ разлагается в ряд Тейлора вида:

A) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$;

B) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$;

C) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$;

D) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$.

Расчетные задания

Зачет по курсу математического анализа. Вариант № 1

Вычислить пределы

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}$
3. Найдите все асимптоты графика функции

$$f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x+4}}.$$
4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $ax^4 - e^x = 0$ имеет два решения.
5. Найти все точки, в которой градиент функции $z = \ln \left(x + \frac{1}{y} \right)$ равен $2\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$.
6. Найдите все точки поверхности $xy + z^2 + xz = 5$, в которых касательная плоскость параллельна плоскости $x - y + 2z = 0$.
7. Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения $f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w)$: $u = \ln \frac{x}{y}$,
 $v = \operatorname{arctg} \frac{z}{x}$, $w = yz$ в окрестности точки $(x, y, z) = (1, 2, -1)$?
8. Является ли функция $z(x, y)$, заданная неявно уравнением $2x^2 + y^2 + z^2 - 2xz - 4z - 3 = 0$ и условием $z(-1, 1) = 2$, выпуклой в окрестности точки $M_0(-1, 1)$
9. Исследовать на экстремум функцию $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$.
10. Найти все экстремальные значения дифференцируемых функций $z(x, y)$, заданных неявно уравнением $2z^3 + 2xz + y^2 + x^2 - 1 = 0$.

Экзамен по курсу математического анализа. Вариант № 1

1. Найдите интеграл $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^4} dx$.
2. Найдите размеры прямоугольной картонной коробки без крышки, которая среди таких коробок объемом 32 имеет наименьшую полную поверхность.
3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \ln(x+2)$, $y = 2 \ln x$, $y = 0$.
4. Укажите множество значений функции $f(x, y, z) = x + y + z$ на множестве $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.
5. Найдите массу пластинки плотности $\mu = y + 1$, ограниченной линиями: $y = 3x$, $y = x$, $2x + y = 15$.
6. Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \left(\frac{\pi}{n} \right)$.
7. Какова область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n$?
8. Вычислите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \sqrt{n^2 x^4 + 1} dx$.
9. Исследуйте сходимость несобственного интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$.

Типовые вопросы

Вопросы по теме «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»

1. Сформулировать определение функции двух переменных, изложить способы задания и объяснить понятие «область определения».

2. Что называется линиями уровня?
3. Сформулировать определение предела функции двух переменных.
4. Сформулировать определение непрерывности функции в точке и в области.
5. Дать определение частным производным функции двух переменных.
6. Записать формулы и дать определения частным и полного дифференциалов.
7. Записать формулы для определения производных сложной и неявной функций.
8. Дать определения и изложить алгоритмы вычисления производных и дифференциалов высших порядков.
9. Что называется производной по направлению вектора?
10. Дать определение экстремумов функции двух переменных.
11. Сформулировать необходимые и достаточные признаки существования экстремумов функции двух переменных.
12. Изложить методику нахождения экстремумов функции двух переменных.
13. Изложить методику нахождения наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных в замкнутой области.
14. Дать определения и записать формулы уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности.

Вопросы по теме «Неопределенный интеграл»

1. Дать определение первообразной.
2. Дать определение неопределенного интеграла и записать его выражение.
3. Сформулировать и записать основные свойства неопределенного интеграла.
4. Какие методы применяются при нахождении неопределенных интегралов?
5. Объяснить основные методы интегрирования, привести примеры.
6. Объяснить метод интегрирования по частям, записать формулу, привести пример.
7. Объяснить метод подстановки, привести пример.
8. Дать определение правильной и неправильной рациональных дробей.
9. На какие составляющие преобразуется неправильная рациональная дробь? Привести пример.
10. Записать четыре вида простейших дробей рациональных функций.
11. Изложить алгоритм интегрирования рациональных функций.
12. Объяснить содержание способа вычисления неопределенных коэффициентов.
13. Выполнить интегрирование простейшей дроби первого (второго, третьего) вида.
14. Изложить способы интегрирования тригонометрических функций.
15. Изложить способы интегрирования некоторых иррациональных функций.
16. Что понимается под интегралами, не берущимися в элементарных функциях?

Вопросы по теме «Определенный интеграл и его основные приложения»

1. Что называется определенным интегралом и как он обозначается?
2. Каков геометрический смысл определенного интеграла?
3. Сформулировать основные свойства определенного интеграла.
4. Написать и прочитать формулу Ньютона-Лейбница.
5. Изложить основные способы вычисления определенных интегралов.
6. Написать формулы для вычисления площади плоской криволинейной трапеции
7. Написать формулу для вычисления длины дуги плоской кривой.
8. Написать формулу для вычисления объема тела вращения.
9. Написать формулу для вычисления площади поверхности вращения.
10. Какие определенные интегралы называются несобственными?
11. Дать определение несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дать определение несобственного интеграла от функции с бесконечными разрывами в области интегрирования.

13. Изложить методику вычисления несобственных интегралов.
14. Какие несобственные интегралы называются сходящимися и какие расходящимися?

Вопросы по теме «Интегральное исчисление функций нескольких переменных»

1. Дать определение двойного интеграла.
2. Объяснить геометрический смысл двойного интеграла.
3. Изложить свойства двойного интеграла.
4. Записать и объяснить формулу для вычисления двойного (повторного) интеграла.
5. Изложить методику вычисления двойного интеграла для случая криволинейной области.
6. Изложить методику замены переменной в двойном интеграле.
7. Изложить методику смены порядка интегрирования в повторном интеграле.
8. Записать основные формулы для вычисления площадей и объемов с помощью двойного интеграла, объяснить эти формулы.
9. Изложить методику вычисления несобственных двойных интегралов

Вопросы по теме «Числовые и степенные ряды»

1. Дать определение числового ряда.
2. Что понимается под суммой числового ряда?
3. При каких условиях числовые ряды сходятся и расходятся?
4. Сформулировать основные свойства сходящихся числовых рядов.
5. Сформулировать рассмотренные признаки сходимости числовых рядов.
6. Дать определение знакочередующегося числового ряда.
7. Сформулировать признак сходимости Лейбница.
8. При каких условиях числовой ряд является сходящимся абсолютно и сходящимся условно?
9. Сформулировать и записать признак Даламбера для знакопеременных (знакочередующихся) числовых рядов.
10. Дать определение степенного ряда.
11. Что понимается под сходимостью степенных рядов в точке, интервале, области?
12. Дать определение и записать формулы радиуса, интервала и области сходимости степенного ряда.
13. Какой степенной ряд называется обобщенным?
14. Записать выражения для рядов Тейлора и Маклорена.
15. Привести формулы для разложения функций в ряд Маклорена.
16. Перечислить прикладные задачи, решаемые посредством разложения функций в степенные ряды.
17. Сформулировать задачу вычисления значений функции посредством степенных рядов. Привести примеры. Изложить порядок оценки точности полученного результата
18. Дать определение периодической функции.
19. Дать определение точки разрыва 1 рода.
20. Сформулировать условие Дирихле.

Задания открытого типа

1. Дифференциальные уравнения (ДУ) первого порядка. Основные определения, ДУ с разделенными и разделяющимися переменными.
2. Однородные ДУ первого порядка. Определение, методика решения.
3. Линейные ДУ первого порядка, подстановка Бернулли, метод Лагранжа.
4. ДУ высших порядков. Основные понятия и определения.
5. Интегрирование ДУ, допускающих понижение порядка.
6. Числовой ряд. Основные понятия и определения.

7. Основные свойства сходящихся числовых рядов.
8. Признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов.
9. Знакопередающиеся числовые ряды. Определение. Признак сходимости Лейбница.
10. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Признак Даламбера.
11. Степенной ряд. Основные понятия и определения.
12. Сходимость степенных рядов в точке, интервале, области. Формулы радиуса, интервала и области сходимости. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Основные методы вычисления определенного интеграла. Интегрирование простейших рациональных дробей.
14. Интегрирование тригонометрических выражений Точки перегиба. Определение, условия существования.
15. Асимптоты графика функции. Определение, уравнения асимптот.
16. Схема исследования функции и построения ее графика.
17. Производные высших порядков. Определение, правила нахождения.
18. Основные свойства функции, непрерывной в точке. Непрерывность функции на отрезке.
19. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых.
20. Основные элементарные функции. Определения, свойства, графики.
21. Частные производные функции двух переменных. Определение, геометрический смысл, алгоритм вычисления.
22. Двойной интеграл. Определение, геометрический смысл. Основные свойства двойного интеграла
23. Замена переменной в двойном интеграле.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Специфика формирования компетенций и их измерение определяется структурированием информации о состоянии уровня подготовки обучающихся.

Алгоритмы отбора и конструирования заданий для оценки достижений в предметной области, техника конструирования заданий, способы организации и проведения стандартизированных оценочных процедур, методика шкалирования и методы обработки и интерпретации результатов оценивания позволяют обучающимся освоить компетентностно-ориентированные программы дисциплин.

Формирование компетенций осуществляется в ходе всех видов занятий, практики, а контроль их сформированности на этапе текущей, промежуточной и итоговой аттестации.

Оценивание знаний, умений и навыков по учебной дисциплине осуществляется посредством использования следующих видов оценочных средств:

- опросы: устный, письменный;
- задания для практических занятий;
- ситуационные задания;
- контрольные работы;
- коллоквиумы;
- написание реферата;
- написание эссе;
- решение тестовых заданий;
- экзамен.

Опросы по вынесенным на обсуждение темам

Устные опросы проводятся во время практических занятий и возможны при

проведении аттестации в качестве дополнительного испытания при недостаточности результатов тестирования и решения заданий. Вопросы опроса не должны выходить за рамки объявленной для данного занятия темы. Устные опросы необходимо строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе, проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной дисциплины и смежными курсами, находить удачные примеры из современной действительности, что увеличивает эффективность усвоения материала на ассоциациях.

Основные вопросы для устного опроса доводятся до сведения студентов на предыдущем практическом занятии.

Письменные опросы позволяют проверить уровень подготовки к практическому занятию всех обучающихся в группе, при этом оставляя достаточно учебного времени для иных форм педагогической деятельности в рамках данного занятия. Письменный опрос проводится без предупреждения, что стимулирует обучающихся к систематической подготовке к занятиям. Вопросы для опроса готовятся заранее, формулируются узко, дабы обучающийся имел объективную возможность полноценно его осветить за отведенное время.

Письменные опросы целесообразно применять в целях проверки усвояемости значительного объема учебного материала, например, во время проведения аттестации, когда необходимо проверить знания обучающихся по всему курсу.

При оценке опросов анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала, обоснованность суждений.

Решение заданий (кейс-методы)

Решение кейс-методов осуществляется с целью проверки уровня навыков (владений) обучающегося по применению содержания основных понятий и терминов дисциплины вообще и каждой её темы в частности.

Обучающемуся объявляется условие задания, решение которого он излагает либо устно, либо письменно.

Эффективным интерактивным способом решения задания является сопоставления результатов разрешения одного задания двумя и более малыми группами обучающихся.

Задачи, требующие изучения значительного объема, необходимо относить на самостоятельную работу студентов, с непременно разбором результатов во время практических занятий. В данном случае решение ситуационных задач с глубоким обоснованием должно представляться на проверку в письменном виде.

При оценке решения заданий анализируется понимание обучающимся конкретной ситуации, правильность её понимания в соответствии с изучаемым материалом, способность обоснования выбранной точки зрения, глубина проработки рассматриваемого вопроса, умением выявить основные положения затронутого вопроса.

Решение заданий в тестовой форме

Проводится тестирование в течение изучения дисциплины

Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить обучающимся исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

При прохождении тестирования пользоваться конспектами лекций, учебниками, и иными материалами не разрешено.